

4 - Materiales Magnéticos

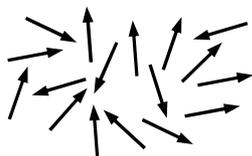
Introducción

En este capítulo presentamos las características fundamentales y algunas aplicaciones de materiales magnéticos de interés tecnológico.

Magnetismo en materiales

Las corrientes eléctricas crean campo magnético. Además, existen materiales naturales o sintéticos que crean campo magnético. Los campos creados por los materiales magnéticos surgen de dos fuentes atómicas: los momentos angulares orbitales y de espín de los electrones, que al estar en movimiento continuo en el material experimentan fuerzas ante un campo magnético aplicado. Por lo tanto, las características magnéticas de un material pueden cambiar por aleación con otros elementos, donde se modifican por las interacciones atómicas. Por ejemplo, un material no magnético como el aluminio puede comportarse como un material magnético en materiales como alnico (aluminio-níquel-cobalto) o manganeso-aluminio-carbono. También puede adquirir estas propiedades mediante trabajo mecánico u otra fuente de tensiones que modifique la geometría de la red cristalina.

- Todo material está compuesto por átomos que contienen electrones móviles. Un campo magnético aplicado actúa siempre sobre los electrones considerados individualmente. Esto da origen al efecto universal llamado **diamagnetismo**. Este es un efecto clásico y depende solamente del movimiento de los electrones.
- A nivel atómico, la superposición de los momentos magnéticos (**orbital**, debido al movimiento del electrón alrededor del núcleo, e intrínseco o de **espín**) aportados por los electrones al átomo o molécula del cual forman parte da un momento magnético resultante o neto al átomo o molécula. Cuando hay un momento neto atómico o molecular los momentos magnéticos tienden a alinearse con el campo aplicado (o con los campos creados por momentos magnéticos vecinos), dando lugar al efecto del **paramagnetismo**. Simultáneamente, la energía térmica omnipresente tiende a orientar al azar a los momentos magnéticos, de manera que la intensidad relativa de todos estos efectos determinará en definitiva el comportamiento del material. En la figura se esquematiza un material no magnetizado: los momentos magnéticos están orientados al azar.



Los materiales magnéticos se caracterizan por su **permeabilidad** μ , que es la relación entre el campo de inducción magnética y el campo magnético dentro del material:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \mu = \mu_r \mu_0 = \mu_0 (1 + \chi_m)$$

donde μ_r es la **permeabilidad relativa** y χ_m la **susceptibilidad magnética** del material.

A continuación se presentan en más detalle los distintos comportamientos:

Diamagnetismo

El diamagnetismo es un efecto universal porque se basa en la interacción entre el campo aplicado y los electrones móviles del material. El diamagnetismo queda habitualmente enmascarado por el paramagnetismo, salvo en elementos formados por átomos o iones que se disponen en “capas” electrónicas cerradas, ya que en estos casos la contribución paramagnética se anula. Las características esenciales del diamagnetismo son:

- Los materiales diamagnéticos se magnetizan débilmente en el sentido **opuesto** al del campo magnético aplicado. Resulta así que aparece una fuerza de repulsión sobre el cuerpo respecto del campo aplicado.

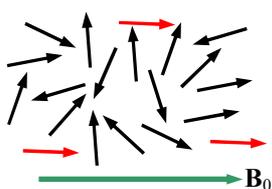
- La susceptibilidad magnética es negativa y pequeña y la permeabilidad relativa es entonces ligeramente menor que 1.
- La intensidad de la respuesta es muy pequeña.

Se puede modelar en forma sencilla el comportamiento diamagnético mediante la aplicación de la ley de Lenz al movimiento orbital de los electrones (Apéndice 5). El diamagnetismo fue descubierto por Faraday en 1846.

Ejemplos de materiales diamagnéticos son el cobre y el helio.

Paramagnetismo

Los materiales paramagnéticos se caracterizan por átomos con un momento magnético neto, que tienden a alinearse paralelo a un campo aplicado. Las características esenciales del paramagnetismo son:

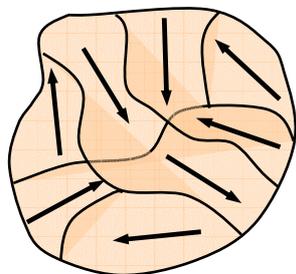


- Los materiales paramagnéticos se magnetizan débilmente en el **mismo** sentido que el campo magnético aplicado. Resulta así que aparece una fuerza de atracción sobre el cuerpo respecto del campo aplicado.
- La susceptibilidad magnética es positiva y pequeña y la permeabilidad relativa es entonces ligeramente mayor que 1.
- La intensidad de la respuesta es muy pequeña, y los efectos son prácticamente imposibles de detectar excepto a temperaturas extremadamente bajas o campos aplicados muy intensos.

Debido a la debilidad de la respuesta, a menudo los materiales paramagnéticos se asimilan al aire ($\mu = \mu_0$) en el diseño magnético. Ejemplos de materiales paramagnéticos son el aluminio y el sodio.

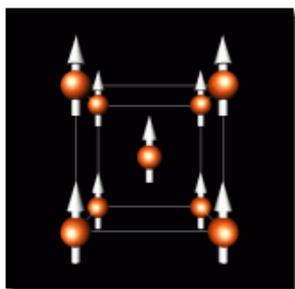
Distintas variantes del paramagnetismo se dan en función de la estructura cristalina del material, que induce interacciones magnéticas entre átomos vecinos.

Ferromagnetismo: En los materiales ferromagnéticos los momentos magnéticos individuales de grandes grupos de átomos o moléculas se mantienen lineados entre sí debido a un fuerte acoplamiento, aún en ausencia de campo exterior.



Estos grupos se denominan **dominios**, y actúan como un pequeño imán permanente. Los dominios tienen tamaños entre 10^{-12} y $10^{-8} m^3$ y contienen entre 10^{21} y 10^{27} átomos. Los dominios se forman para minimizar la energía magnética entre ellos. En ausencia de campo aplicado, los dominios tienen sus momentos magnéticos netos distribuidos al azar. Cuando se aplica un campo exterior, los dominios tienden a alinearse con el campo. Este alineamiento puede permanecer en algunos casos de muy fuerte acoplamiento cuando se retira el campo, creando un **imán permanente**. Las características esenciales del ferromagnetismo son:

- Los materiales ferromagnéticos se magnetizan fuertemente en el **mismo** sentido que el campo magnético aplicado. Resulta así que aparece una fuerza de atracción sobre el cuerpo respecto del campo aplicado.
- La susceptibilidad magnética es positiva y grande y la permeabilidad relativa es entonces mucho mayor que 1.



En la figura se observa un esquema de la estructura¹ del hierro (BCC - cúbica de cuerpo centrado). Los momentos magnéticos están alineados ya que existen fuertes interacciones entre ellos.

La agitación térmica tiende a desalinear los dominios. A temperatura

¹ Los esquemas de estructuras cristalinas que se muestran en este capítulo están tomadas de <http://www.ill.fr/dif/3D-crystals> y fueron desarrolladas por Marcus Hewat.

normal, la energía térmica no es en general suficiente para desmagnetizar un material magnetizado. Sin embargo, por encima de una cierta temperatura, llamada **temperatura de Curie**, el material se vuelve paramagnético, debido a que los efectos térmicos de desorden son mayores que

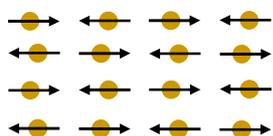
Material	T_C (K)	Material	T_C (K)
Fe	1043	Cu ₂ MnIn	500
Co	1388	EuO	77
Ni	627	EuS	16.5
Gd	293	MnAs	318
Dy	85	MnBi	670
CrBr ₃	37	GdCl ₃	2.2
Au ₂ MnAl	200	Fe ₂ B	1015
Cu ₂ MnAl	630	MnB	578

los efectos de alineamiento de la interacción magnética entre dominios. Una forma de desmagnetizar un material ferromagnético es entonces calentarlo por encima de esta temperatura.

En la tabla² se presentan las temperaturas de Curie de algunos materiales ferromagnéticos elementales y aleaciones. Se ve que estas temperaturas son en casos muy altas y cercanas a las temperaturas de fusión del elemento, por lo que en la práctica la desmagnetización por temperatura es en general un proceso parcial.

Ejemplos de materiales ferromagnéticos son el hierro, el cobalto, el níquel y la mayoría de los aceros.

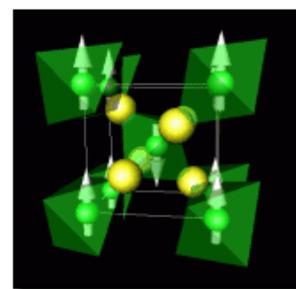
Antiferromagnetismo: Los materiales antiferromagnéticos tienen un estado natural en el cual los espines atómicos de átomos adyacentes son opuestos, de manera que el momento magnético neto es nulo. Este estado natural hace difícil que el material se magnetice, aunque de todas formas adopta una permeabilidad relativa ligeramente mayor que 1.



El fluoruro de manganeso (MnF), cuya estructura se esquematiza en la figura de la derecha, es un ejemplo simple. Los momentos de los átomos de Mn en las esquinas del cubo apuntan en una dirección, y los que se hallan en el centro del cubo apuntan en la dirección opuesta. Dado que hay igual número de cada uno, cuando muchas de estas **celdas unitarias** de agrupan juntas, los momentos magnéticos se cancelan exactamente.

Compuesto	T_N [K]	Compuesto	T_N [K]
CoCl ₂	25	MnO	122
CoF ₂	38	MnSe	173
CoO	291	MnTe	310-323
Cr	475	NiCl ₂	50
Cr ₂ O ₃	307	NiF ₂	78-83
FeCl ₂	70	NiFeO	180
FeF ₂	79-90	NiO	533-650
FeO	198	TiCl ₃	100
FeMn	490	UCu ₅	15
a-Fe ₂ O ₃	953	V ₂ O ₃	170
MnF ₂	72-75		

Por encima de una temperatura crítica, llamada **temperatura de Neel**, un material antiferromagnético se vuelve paramagnético.



La tabla³ muestra la temperatura de Neel de varios compuestos.

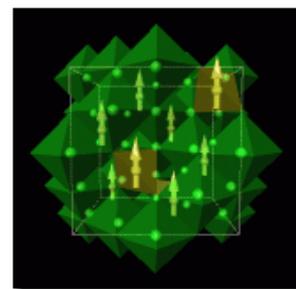
Otro ejemplo de material antiferromagnético es el cromo.

Ferrimagnetismo: Los materiales ferrimagnéticos son similares a los antiferromagnéticos, salvo que las especies de átomos alternados son diferentes (por ejemplo, por la existencia de dos subredes cristalinas entrelazadas) y tienen momentos magnéticos diferentes. Existe entonces una magnetización neta, que puede ser en casos muy intensa. La **magnetita** se conoce como imán desde la antigüedad. Es uno de los óxidos comunes del hierro (Fe₃O₄) y también es cúbico. La figura ilustra la estructura. La fórmula podría ser escrita en forma muy simplista como FeO·Fe₂O₃ con Fe⁺⁺ como FeO y Fe⁺⁺⁺ como Fe₂O₃. El Fe⁺⁺⁺ ocupa los huecos tetraédricos, y la mitad de los huecos octaédricos, y el Fe⁺⁺ ocupa la otra mitad. Los momentos magnéticos

² Datos tomados de F. Keffer, Handbuch der Physik, 18, pt. 2, New York: Springer-Verlag, 1966 y P. Heller, Rep. Progr. Phys., 30, (pt II), 731 (1967).

³ Tabla tomada de <http://www.physics.umn.edu/groups/mmc/gredig/neel.html>

en los sitios octaédricos son antiferromagnéticos y se cancelan (no se muestran), mientras que en los sitios tetraédricos están ferromagnéticamente alineados. Otros ejemplos de materiales ferrimagnéticos son las **ferritas**.



En la siguiente tabla se presentan valores de la susceptibilidad magnética para diversos materiales y sustancias paramagnéticos y diamagnéticos de interés:

Tabla de susceptibilidades magnéticas χ_m a T ambiente y a 1 atmósfera			
Paramagnéticos (+)		Diamagnéticos (-)	
Oxígeno	1.94×10^{-6}	Hidrógeno	-2.08×10^{-9}
Sodio	8.4×10^{-6}	Nitrógeno	-6.7×10^{-9}
Magnesio	1.2×10^{-5}	CO ₂	-1.19×10^{-8}
Aluminio	2.1×10^{-5}	Alcohol	-0.75×10^{-5}
Tungsteno	7.6×10^{-5}	Agua	-0.91×10^{-5}
Titanio	1.8×10^{-4}	Cobre	-0.98×10^{-5}
Platino	2.93×10^{-4}	Plata	-2.64×10^{-5}
		Oro	-3.5×10^{-5}

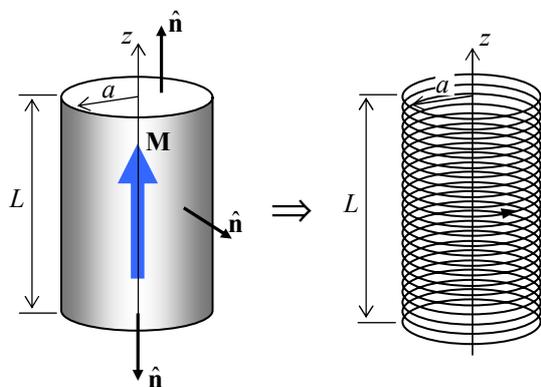
Imanes

Suele llamarse **imán** a cualquier objeto que produce un campo magnético externo. Un **imán permanente** es un material que, cuando se lo coloca en un campo magnético suficientemente intenso, no sólo produce un campo magnético propio o inducido, sino que continúa produciendo campo inducido aún después de ser retirado del campo aplicado. Esta propiedad no se altera ni se debilita con el tiempo salvo cuando el imán se somete a cambios de temperatura, campos desmagnetizantes, tensiones mecánicas, etc. La habilidad del material para soportar sin cambios en sus propiedades magnéticas diversos tipos de ambientes y condiciones de trabajo define los tipos de aplicaciones en que se lo puede usar.

- Los materiales que pierden su magnetización cuando se retira el campo exterior que la produjo se llaman materiales magnéticos **blandos**. Estos materiales son útiles para transportar, concentrar o conformar campos magnéticos.
- Aquellos materiales que mantienen la magnetización al quitar el campo aplicado se denominan **duros**. Se utilizan para la fabricación de imanes permanentes.

Los imanes (en general, los materiales magnetizados) se pueden modelizar por corrientes equivalentes de magnetización, como describimos en el capítulo previo y se ilustra en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4-1: Determinar el campo magnético creado por un imán cilíndrico de radio a y altura L con una magnetización constante \mathbf{M} a lo largo de su eje.



Podemos resolver el problema a partir de las corrientes equivalentes de magnetización:

$$\mathbf{j}_M(\mathbf{r}') = \nabla' \times \mathbf{M}(\mathbf{r}') = 0 \quad \text{porque } \mathbf{M} \text{ es constante}$$

$$\mathbf{j}_{M_s}(\mathbf{r}') = \mathbf{M}(\mathbf{r}') \times \hat{\mathbf{n}} = \begin{cases} 0 & \text{sobre las tapas} \\ M\hat{\phi} & \text{sobre la superficie lateral} \end{cases}$$

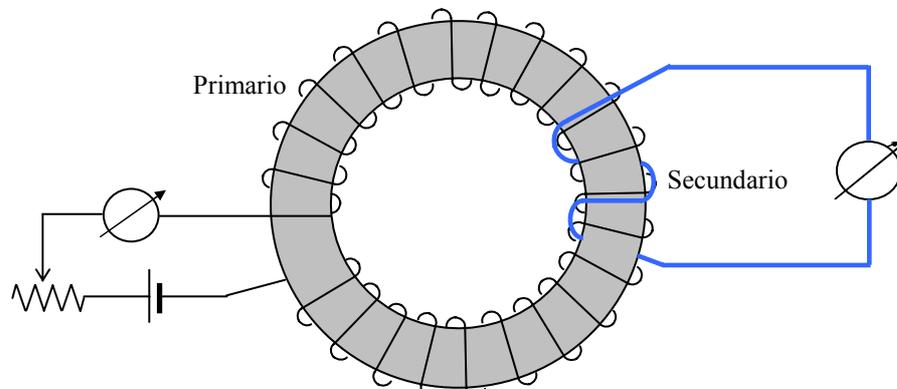
Se observa que se puede reemplazar al imán por un **solenoides** cuya densidad de corriente (corriente por unidad de longitud) es igual a M .

El campo de inducción magnética creado por el solenoide sobre su eje y en su interior se ha hallado en el **Ejemplo 3-16**.

Histéresis

Cuando un material ferromagnético originalmente desmagnetizado se coloca en una región del espacio donde hay un campo magnético el material se magnetiza. Es de interés observar cómo cambia la magnetización cuando el campo aplicado varía.

Para ello se utiliza normalmente una disposición denominada **anillo de Rowland**. Consiste en un anillo o **toroide** del material a ensayar sobre el cual se devana un bobinado primario al que se conecta una fuente de corriente variable. La corriente que circula por este bobinado crea dentro del material un campo magnético H (llamado



otro bobinado secundario permite medir el **flujo magnético** dentro del anillo que es proporcional al campo de inducción magnética B .

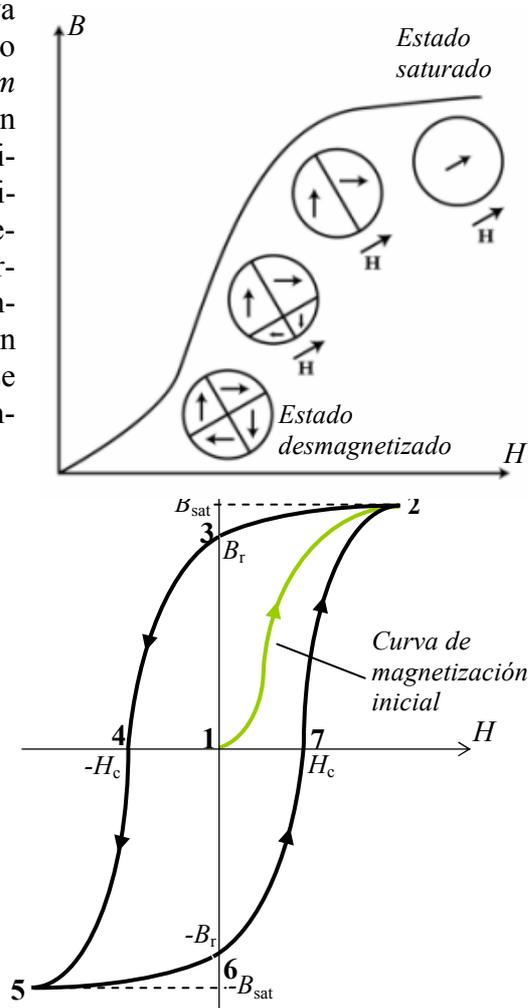
fuerza magnetomotriz = fmm). Otro bobinado secundario permite medir el **flujo magnético** dentro del anillo que es proporcional al campo de inducción magnética B .

En el ensayo se va aumentando desde cero el valor de la corriente (y por consecuencia, de la fmm) y se mide el valor de la densidad de flujo de B a medida que ocurre el proceso de magnetización del material. Este proceso comienza con la rotación de los dominios magnéticos más pequeños o inestables alineándose (quizás no por completo) con el campo. A medida que giran, se produce coalescencia de dominios. Este proceso se lleva a cabo con poco cambio de energía y la curva $M(H)$ o $B(H)$ crece rápidamente. Si se sigue aumentando la fmm cuando la magnetización por coalescencia y absorción de dominios pequeños o inestables ha terminado, el siguiente mecanismo implica la orientación de los dominios que no están completamente alineados. Este proceso involucra un gran gasto de energía y entonces la curva crece cada vez más lentamente. Se llega a un momento donde ya todos los dominios del material se hallan alineados con el campo aplicado y la magnetización se **satura**. La **no linealidad** en esta curva se relaciona entonces con las características termodinámicas de la deformación de los dominios magnéticos y las interacciones entre dominios.

Esta curva se conoce como **curva de magnetización inicial**.

En la siguiente figura se esquematiza una manipulación más compleja. Desde el **estado desmagnetizado** (1), a medida que aumenta la fmm H más y más dominios se van agregando a la alineación paralela hasta que todos están alineados en el **estado de saturación** (2) donde hay un campo de inducción B_{sat} . Un aumento de la fmm no creará nuevas alineaciones.

Si, en cambio, desde el estado de saturación (2) se **disminuye** la intensidad de la fmm H , se observa que el sistema no sigue la trayectoria previa, dado que los



mecanismos de alineación de dominios, los movimientos de las fronteras de dominios y la agitación térmica (este último factor tiende al desalineamiento) son mecanismos altamente no lineales. Cuando la fmm llega a cero (3), el material queda magnetizado, creando un campo de inducción residual B_r (**remanencia**). Si se aumenta ahora la fmm en valores negativos (o sea en el sentido opuesto de circulación de corriente al de la magnetización inicial), el material queda efectivamente desmagnetizado al llegar al valor de **coercividad** $-H_c$ (4). Si se continúa aumentando la intensidad de la fmm , se produce una nueva saturación en el sentido opuesto (5) y si desde allí se disminuye la intensidad de la fmm , las situaciones anteriores se repiten sobre una curva simétrica en los puntos (6) y (7).

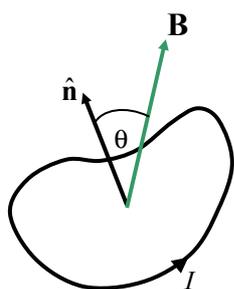
Si se repite esta operación, el sistema recorre siempre el mismo ciclo, conocido como **ciclo de histéresis**. La magnetización de un material que presenta histéresis se realiza a expensas de energía, que se disipa en forma de calor debido a las alteraciones en las fronteras de dominios. Se puede demostrar que al recorrer un ciclo de histéresis, se entrega al material una energía por unidad de volumen en forma de calor igual al área del ciclo de histéresis:

$$w_h = \oint_{\text{ciclo de histéresis}} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B}$$

Estas pérdidas de energía tienen múltiples influencias sobre los dispositivos que usan materiales ferromagnéticos.

En la siguiente sección vamos a analizar en forma elemental las propiedades de magnetización de los materiales ferromagnéticos a partir de la energía de alineamiento de los momentos magnéticos ante un campo aplicado. Este análisis nos permitirá entender las propiedades fundamentales y los parámetros que caracterizan a los distintos materiales y analizar sus posibles usos.

Análisis energético elemental de la histéresis magnética



Como ya hemos visto, los átomos y moléculas de un material magnético pueden visualizarse como pequeñas espiras o dipolos magnéticos. Cuando una espira por la que circula una corriente eléctrica I se coloca en una región del espacio donde existe un campo magnético \mathbf{B} , se produce una cupla sobre la espira que tiende a alinear su momento magnético con el campo aplicado:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \Rightarrow \tau = mB \sin \theta$$

Este alineamiento implica que el campo cede energía al dipolo magnético, a través del trabajo realizado por el campo exterior en la rotación:

$$U = \int T d\theta = m B \int \sin \theta d\theta = -m B \cos \theta = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$$

Dentro del material $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$ y entonces: $U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} = -\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{H} - \mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{M}$

Se ve que esta energía tiene dos términos:

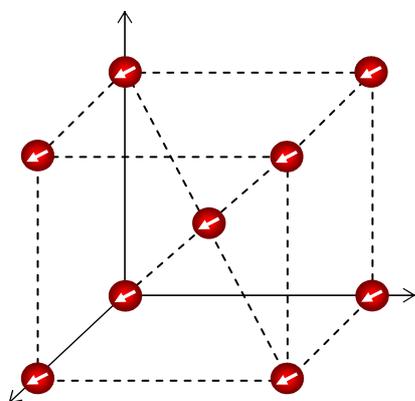
- $-\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{M}$ la energía de alineamiento del dipolo con la **magnetización local**, que representa las interacciones del dipolo con los dipolos vecinos, y
- $-\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}$ que representa la energía de alineamiento del dipolo con la *fmm* aplicada. Esta es una **acción global** o de largo alcance.

Estos alineamientos se producen simultáneamente, pero para un análisis más claro vamos a considerarlos en forma sucesiva. Primero suponemos que el momento magnético se alinea al campo local. El término asociado a la **energía de alineamiento local** es:

$$U = -\mu_0 \mathbf{m} \cdot \mathbf{M} = -\mu_0 m M \cos \theta = -\mu_0 m M \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

El primer término de esta expresión no depende de la rotación, mientras que el segundo término varía con la posición del dipolo, y se conoce, por razones que quedarán claras más abajo, como la **energía de anisotropía magnetocristalina** U_k .

En una estructura cristalina real, la energía de alineamiento (y por ende U_k) debe ser **mínima** en la situación de **equilibrio**, lo que define la dirección preferencial que adopta el momento magnético en la red. A la inversa, un **máximo** de energía indica que la orientación de un dipolo individual es **inestable** dentro de la estructura cristalina. En la expresión hallada para U_k el mínimo aparece para $\theta = 0$ mientras que el máximo se halla para $\theta = \pi$. Los estados para $\theta = \pi/2, 3\pi/2$ son también estables.



Las estructuras cristalinas reales llevan a expresiones mucho más complicadas para la energía U_k . Podemos seguir este análisis simplificado con el caso del **hierro**, que es uno de los materiales magnéticos más comunes. El hierro tiene una estructura cristalina cúbica de cuerpo centrado (**BCC**) donde los dipolos se hallan en los vértices y el centro de un cubo.

En este caso, las direcciones preferenciales de alineación espontánea (los estados estables) para un dipolo dado se encuentran cuando está alineado con cualquiera de las aristas del cubo (que se hallan cada $\pi/2$), y la condición de inestabilidad ocurre sobre las diagonales principales (que ocurren cada $\pi/4$).

Entonces en este caso la expresión de la energía de anisotropía magnetocristalina debe modificarse en la forma:

$$U_k = 2\mu_0 m M \sin^2(2\theta) = \frac{1}{4} K_1 \sin^2(2\theta)$$

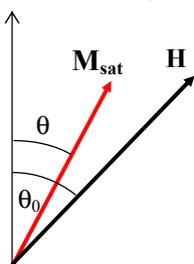
donde se ha introducido la **constante cristalográfica** del material: $K_1 = 8\mu_0 m M$.

Otras estructuras cristalinas tendrán expresiones diferentes de U_k que, como indica su nombre, refleja la influencia de la geometría cristalina - la disposición espacial de átomos y moléculas - en la definición de direcciones privilegiadas o "naturales" para la magnetización. En la mayoría de las estructuras existe uno o más "ejes fáciles" a lo largo de los cuales se produce la magnetización espontánea del material.

Para la minimización de la energía de anisotropía magnetocristalina, todos los dipolos de un volumen del material deben alinearse con la dirección preferencial. Cuando todos los dipolos están alineados (sin tener en cuenta por el momento las fluctuaciones debidas a la agitación térmica)

contribuyen a un vector magnetización máximo que llamamos **magnetización de saturación** \mathbf{M}_{sat} y decimos que el material está saturado, ya que no es posible lograr una mayor magnetización.

A la **energía de alineamiento local**, que acabamos de describir, se debe agregar la **energía de alineamiento global** U_f correspondiente al trabajo realizado por el campo exterior \mathbf{H} , cuyo resultado será, en nuestro esquema de alineamiento sucesivo, tratar de alinear a los dipolos (y en consecuencia al vector magnetización \mathbf{M}_{sat}) con \mathbf{H} :



$$U_f = -\mu_0 M_{sat} H \cos(\theta - \theta_0)$$

La **energía total** (sin tener en cuenta términos no dependientes de la rotación) es la suma de la energía de anisotropía magnetocristalina U_k y su energía de alineación con el campo exterior U_f :

$$U = U_k + U_f = \frac{1}{4} K_1 \sin^2(2\theta) - \mu_0 M_{sat} H \cos(\theta - \theta_0)$$

En cualquier aplicación práctica, un imán permanente es de utilidad si se optimizan sus propiedades de forma de magnetizarlo en una dirección preferencial (por ejemplo, a lo largo del eje, en un imán cilíndrico) y si además su magnetización permanente no se ve afectada apreciablemente por un campo exterior aplicado.

La influencia desmagnetizadora de un campo aplicado \mathbf{H} es máxima cuando se lo coloca en "reversa" respecto de la magnetización permanente, ya que su acción será tratar de orientar a los dipolos en su propia dirección y sentido.

Para analizar esta influencia, determinamos el valor de H necesario para que el mínimo de energía deje de ser un mínimo, es decir, **deje de ser un estado estable**. Para ello calculamos la derivada de U respecto de θ y la anulamos para hallar el mínimo, y luego calculamos la segunda derivada de U respecto de θ y la anulamos para hallar la condición de cambio de estabilidad:

$$\frac{dU}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{K_1}{4} \sin^2(2\theta) - \mu_0 M_{sat} H \cos(\theta_0 - \theta) \right) = \frac{K_1}{2} \sin(4\theta) - \mu_0 M_{sat} H \sin(\theta_0 - \theta) = 0$$

es la condición para energía mínima, y:

$$\frac{d^2U}{d\theta^2} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{K_1}{2} \sin(4\theta) - \mu_0 M_{sat} H \sin(\theta_0 - \theta) \right) = 2K_1 \cos(4\theta) + \mu_0 M_{sat} H \cos(\theta_0 - \theta) = 0$$

es la condición que describe el cambio de estabilidad (un mínimo pasa a ser un máximo a través de un punto de ensilladura).

Para $\theta_0 = \theta + \pi$ (\mathbf{H} en "reversa" de \mathbf{M}_{sat}): $\frac{dU}{d\theta} = 0 \Rightarrow \frac{K_1}{2} \sin(4\theta) = 0 \Rightarrow \theta = 0$

$$\frac{d^2U}{d\theta^2} = 0 \Rightarrow 2K_1 - \mu_0 M_{sat} H = 0 \Rightarrow H_{ci} = \frac{2K_1}{\mu_0 M_{sat}}$$

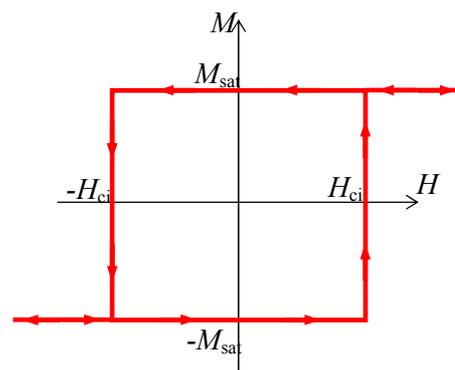
Este campo H_{ci} es el necesario para desestabilizar la magnetización del material. Con un campo de magnitud ligeramente superior, la magnetización cambia de sentido y los dipolos del material se orientan en el sentido inverso. Este campo crítico se denomina **coercividad intrínseca** y es una propiedad característica del material.

De la expresión obtenida puede verse que la coercividad intrínseca depende únicamente de la anisotropía magnetocristalina y la magnetización de saturación, es decir, de propiedades geométrico-cristalinas y físicas de la distribución de momentos magnéticos atómicos.

La energía asociada con la anisotropía magnetocristalina está presente en todas las estructuras cristalinas y es el factor preponderante para analizar el comportamiento de muchos materiales ferromagnéticos.

Podemos ilustrar gráficamente este comportamiento:

El imán permanente mantiene una magnetización $+M_{sat}$ hasta que se le aplica un campo inverso de magnitud $-H_{ci}$, momento en el cual la magnetización se vuelve inestable y salta (idealmente) a $-M_{sat}$. Se requiere entonces aplicar un nuevo campo $+H_{ci}$ para que la magnetización salte nuevamente a $+M_{sat}$. Resulta así una gráfica que es la **curva de magnetización intrínseca** del material.



En la práctica solamente nos interesa la parte superior de este diagrama. El primer cuadrante (arriba a la derecha) representa la región de magnetización inicial del material, y el segundo cuadrante (arriba a la izquierda) representa la región en que el imán realiza trabajo en contra de un campo aplicado reverso, pero de valor menor que $-H_{ci}$. Muchas aplicaciones se dan en el segundo cuadrante, que se conoce como **curva intrínseca de desmagnetización**.

Podemos transformar esta gráfica intrínseca M vs. H en una gráfica **normal** B vs. H usando la relación:

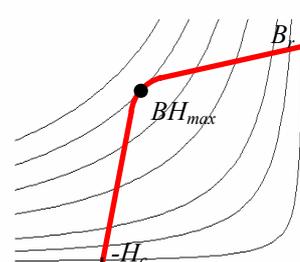
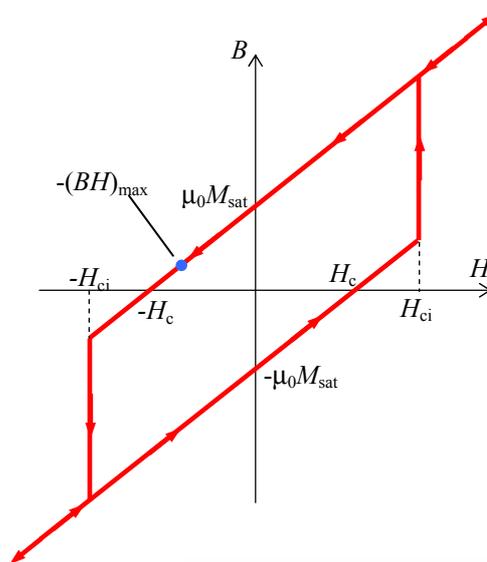
$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

con lo que se obtiene la gráfica de la derecha. Esta gráfica es de mayor utilidad ya que \mathbf{M} existe solamente dentro del material magnético mientras que \mathbf{B} existe en todo el espacio.

Nótese que la pendiente de la curva B vs. H es: $dB/dH = \mu_0$, al menos para $-H_c < H < +H_c$. Pero μ_0 es la relación B/H en el vacío, de modo que en este caso **ideal** la magnetización del material no parece introducir diferencias con respecto al vacío. Veremos cómo se modifica esta situación en materiales reales.

Esta gráfica B - H tiene tres puntos de importancia para el diseño de aplicaciones de interés tecnológico:

- **Remanencia** (B_r) – Es la intersección de la curva con el eje $+B$. Para el material **ideal** $B_r = \mu_0 M_{sat}$, pero en el caso general B_r es el valor de la densidad de flujo magnético cuando el imán no tiene fmm ($B_r \Rightarrow H = 0$). **La remanencia es un índice de la habilidad del material como imán permanente.**
- **Coercividad** (H_c) - Es la intersección de la curva con el eje $-H$. Para el material **ideal** $H_c = M_{sat}$, pero en el caso general es la fmm requerida para anular el flujo magnético dentro del imán. Nótese que en los casos reales los valores de H_c y H_{ci} **no** son iguales, ya



que el valor de H necesario para anular a B dentro del material en general es menor que el requerido para revertir la dirección de la magnetización del material. **La coercividad es un índice de la habilidad del imán para soportar factores desmagnetizantes.**

- **Máximo producto de energía** $(BH)_{\max}$ es el punto sobre el segundo cuadrante de la curva B vs. H en el que el producto BH es máximo. Sobre la curva **ideal**, está exactamente a mitad de camino sobre la recta del segundo cuadrante, con un valor $-(BH)_{\max} = \mu_0(\frac{1}{2}M_{\text{sat}})^2$. En la figura se muestran las hipérbolas que grafican la ecuación $BH = cte$. La hipérbola tangente a la curva B-H del material define $(BH)_{\max}$ y el punto buscado. **El valor de $(BH)_{\max}$ indica la máxima densidad de energía que puede almacenarse en el imán.**

Podemos describir ahora el comportamiento de un imán **real**, y nos restringiremos al segundo cuadrante de la curva B vs. H , región conocida como **curva de desmagnetización**. Como referencia, la curva **ideal** de la discusión previa se señala en azul.

En los materiales ferromagnéticos reales el alineamiento de los momentos magnéticos atómicos o moleculares depende de muchos más factores que los aquí señalados. El alineamiento es una manifestación de **orden**. La energía térmica introduce desorden. Ambos factores compiten entre sí y la frontera entre el comportamiento ordenado y el desordenado es la temperatura de Curie. En realidad, en los materiales ferromagnéticos, paradójicamente las interacciones responsables de los alineamientos locales no son magnéticas sino electrostáticas. Estas interacciones son mucho más intensas que las magnéticas y tienden a acercar los electrones de los átomos. Pero, por el principio de exclusión, los electrones deben tener funciones de onda antisimétricas que definen así una "orientación" para sus momentos magnéticos de espín. Este ordenamiento es poco dependiente de la temperatura salvo a tan altas temperaturas donde los efectos de desorden debidos a la energía térmica superan a los efectos de ordenamiento. Se puede demostrar (**regla de Hund**) que los electrones se disponen en un orbital atómico maximizando el momento magnético compatible con el principio de exclusión, lo que lleva a que los espines se orienten paralelamente. En materiales donde sólo los orbitales electrónicos más externos, las capas de valencia, se hallan incompletas, los átomos se reúnen modificando las propiedades de esos orbitales externos lo que habitualmente lleva a anular el momento magnético atómico. Sólo en los llamados **elementos de transición**, como Fe, Ni, O y las tierras raras, existen orbitales profundos incompletos que no se ven afectados por las fuerzas de enlace cuando los átomos se reúnen para conformar un sólido. Los átomos retienen en momento magnético importante y esto da origen al fenómeno de ordenamiento que hemos mencionado.

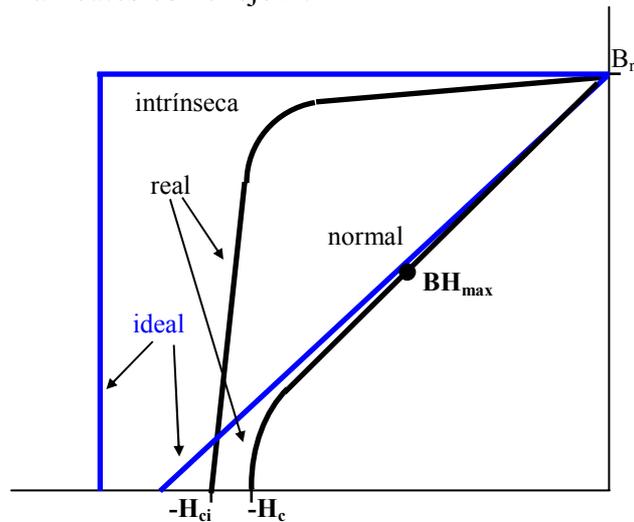
Por otra parte, en materiales ferromagnéticos reales aparecen estructuras magnéticamente ordenadas multiatómicas que se denominan **dominios**, y que surgen para minimizar la energía magnética del trozo de material. Cada dominio tiene un alineamiento casi perfecto de sus átomos constituyentes. Entre uno y otro dominio hay una **pared de dominio** donde el alineamiento cambia de dirección en una muy corta distancia. Los dominios se forman de manera que el flujo magnético quede constreñido dentro del material, lo que causa una energía magnética menor que si las líneas de campo se cerraran fuera de él. Sin embargo, la generación de una pared de dominio eleva la energía total, de manera que se crea un número finito de dominios. Al colocar el material en un campo exterior, los dominios cuya magnetización se halla cercana a la posición paralela al campo aplicado crecen a expensas de los vecinos por el "movimiento" de las paredes de dominio. Este mecanismo se detiene cuando la energía del sistema vuelve a ser la mínima posible. Si se aumenta el campo aplicado los dominios dominantes siguen creciendo hasta que toda la muestra es (casi) un único dominio. De ahí en más sólo se puede tener mayor alineamiento girando los momentos magnéticos de los dominios, lo que es energéticamente más costoso.

En relación a la curva de histéresis para un caso real, ni el imán alcanza su coercividad intrínseca teórica $-H_{ci}$ ni se produce la inversión completa de la magnetización cuando se llega a este valor. La curva intrínseca de desmagnetización real (que se muestra en línea de rayas) tiene una transición gradual en lugar del salto abrupto de la curva **ideal**. La curva de desmagnetización normal

(B vs. H) también presenta un codo gradual. Las coercividades $-H_{ci}$ $-H_c$ se definen ahora como las intersecciones de las curvas intrínseca y normal *reales* con el eje H .

La curva normal de magnetización determina la densidad de flujo magnético B que genera el imán de acuerdo al valor de la fuerza de desmagnetización H . A medida que H se acerca al valor de reversión $-H_c$ la densidad de flujo disminuye hasta que cae rápidamente al pasar el codo de la curva. Esto significa que en las aplicaciones prácticas se debe mantener el imán por encima del codo para obtener un flujo magnético útil.

A partir de esta descripción introductoria del comportamiento de un material ferromagnético, podemos decir que las características importantes en la selección de un material para usar en imanes permanentes son:



• alta remanencia. Cuanto mayor es la remanencia mayor es el flujo magnético que puede crear un imán.

• alta coercividad. Cuanto mayor es la coercividad es más difícil que el imán se desmagnetice por acciones mecánicas o cambios de temperatura.

• alto producto $(BH)_{\max}$. Cuanto mayor es este valor, se requerirá menos material para producir un dado flujo magnético en un circuito.

Generalmente no es posible alcanzar estas tres características simultáneamente. Un material **duro**, de alta remanencia y coercividad presenta un ciclo de histéresis de gran superficie, lo que implica altas pérdidas. Por este motivo en aplicaciones que usen corriente alterna se usan materiales **blandos**, de ciclo de histéresis angostos y pérdidas menores. Los materiales duros se usan para imanes permanentes en aplicaciones donde no están expuestos a ciclos de magnetización-desmagnetización. En la siguiente tabla se presentan propiedades de materiales magnéticos comunes:

Generalmente no es posible alcanzar estas tres características simultáneamente. Un material **duro**, de alta remanencia y coercividad presenta un ciclo de histéresis de gran superficie, lo que implica altas pérdidas. Por este motivo en aplicaciones que usen corriente alterna se usan materiales **blandos**, de ciclo de histéresis angostos y pérdidas menores. Los materiales duros se usan para imanes permanentes en aplicaciones donde no están expuestos a ciclos de magnetización-desmagnetización. En la siguiente tabla se presentan propiedades de materiales magnéticos comunes:

Material	BH_{\max} (MGOe)	B_r (G)	H_c (Oe)
Acero Cromo ⁴	0.20	10000	50.3
Oxido de Hierro-cobalto ⁵	0.60	2000	905
Alnico 12 ⁶	1.51	6000	955
Alnico 2 ⁷	1.71	7000	563
Alnico 5 ⁸	4.52	12500	553
Platino-Cobalto (77%Pt, 23%Co)	6.53	6000	3644

En esta tabla usamos unidades no **SI** para comparar valores con tablas de materiales comerciales modernos que presentaremos más abajo (recordar que $1T = 10^4G$ y $1A/m = 4\pi \times 10^{-3}Oe$).

Se observa que en general, salvo el caso de Pt-Co, la coercividad de estos materiales es baja. El Pt-Co, por otra parte, es muy costoso. En una sección posterior se describen algunos desarrollos recientes que han logrado materiales magnéticos cerámicos (no naturales) de excelentes propiedades y de uso muy común.

En esta sección hemos encontrado que la anisotropía magnetocristalina produce el comportamiento de histéresis típico de los materiales ferromagnéticos. En realidad cualquier causa de ani-

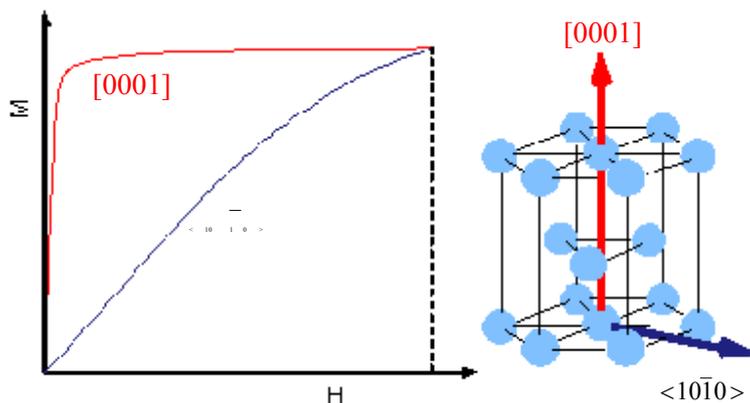
⁴ 98% Fe, 0.9% Cr, 0.6% C, 0.4 Mn

⁵ 57% Fe, 28% O, 15% Co

⁶ 33% Fe, 35% Co, 18% Ni, 8% Ti, 5% Al

⁷ 55% Fe, 12% Co, 17% Ni, 6% Cu, 10% Al

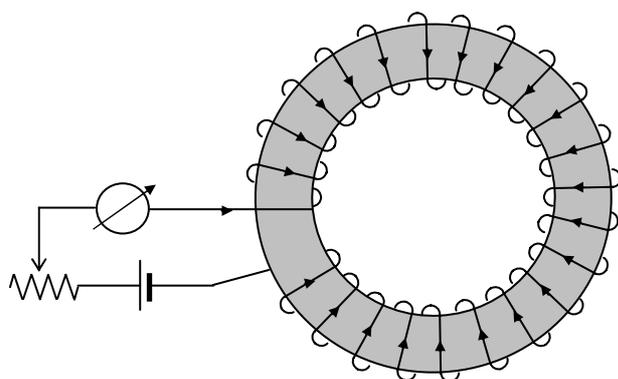
⁸ 51% Fe, 24% Co, 14% Ni, 3% Cu, 8% Al



sotropía lleva a estas propiedades, de manera que en la producción de imanes se utiliza la anisotropía para obtener imanes más potentes. La dirección de magnetización preferente se conoce como **dirección fácil**. En la figura se muestran las curvas M-H de una estructura

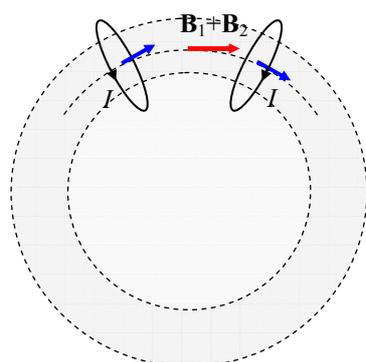
hexagonal que tiene la dirección fácil en la dirección $[0001]$ (vertical). Se ve claramente cómo la magnetización de saturación se alcanza más rápidamente en la dirección fácil.

Circuitos magnéticos



Un **circuito magnético** es una región cerrada del espacio donde hay líneas de campo magnético. Habitualmente, las líneas de campo magnético se concentran en regiones ferromagnéticas, de manera que los objetos hechos con este tipo de materiales constituyen caminos de flujo magnético. El circuito magnético más sencillo es el **anillo de Rowland**. Como se ve en la figura, existe un devanado primario de N_1 vueltas, supuestamente distribuidas en forma uniforme cubriendo todo el anillo, por las

que circula una corriente I . Por el momento no consideramos el devanado secundario o suponemos que por el no circula corriente, de manera que no interviene en la generación de campo magnético. El devanado primario se puede suponer como la superposición de N_1 espiras.



Existe una simetría cilíndrica alrededor del eje del anillo. El campo magnético creado por todas estas espiras tiene dirección circular. Esto se puede apreciar viendo que las espiras se pueden agrupar de a pares simétricos respecto de un eje cualquiera, como se indica en la figura. Aplicando entonces la ley de Ampère sobre una circunferencia de radio $a < r < b$ intermedio a los radios interior y exterior del anillo:

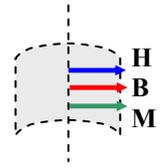
$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI \Rightarrow H2\pi r = NI \Rightarrow \mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{NI}{2\pi r} \hat{\phi}$$

NI es la corriente concatenada por la curva de circulación.

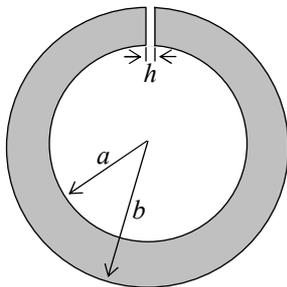
Si ahora realizamos el mismo procedimiento sobre una circunferencia interior ($r < a$), la curva no concatena corriente, y el campo, que debe tener la misma simetría que en el caso anterior, es nulo. Lo mismo ocurre si tomamos una circulación con $r > b$, ya que la corriente **net**a concatenada es nuevamente cero, porque cada espira atraviesa dos veces la superficie de la curva. El campo magnético generado por el toroide es distinto de cero solamente dentro del mismo, y sus líneas de campo son circunferencias coaxiales con el eje del toroide.

Conocido \mathbf{H} es posible calcular \mathbf{B} y \mathbf{M} dentro del toroide: $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$ $\mathbf{M} = \chi_m \mathbf{H}$

Las líneas de campo de \mathbf{B} y de \mathbf{M} son también circunferencias, y como μ y χ_m son positivas, todos los vectores son paralelos.



Toroide con entrehierro



Consideramos ahora un anillo de Rowland al cual se le ha quitado una “rodaja” de espesor h muy pequeño ($h \ll a$). Si el espesor es muy pequeño podemos mantener las consideraciones de simetría del caso previo y suponer que las líneas de campo son circulares. Entonces, tomando nuevamente una circulación sobre una circunferencia de radio $a < r < b$:

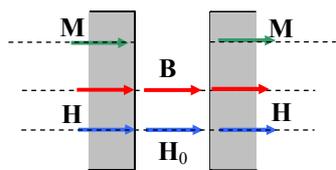
$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI$$

En esta integral debemos tener en cuenta que, por la existencia del entrehierro, **el campo \mathbf{H} no se conserva** al cruzar las interfases entre el material y el aire. Lo que sí se conserva es el campo \mathbf{B} , ya que los campos son normales a las superficies interfases. Podemos escribir entonces:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \oint_C H dl = \oint_C \frac{B}{\mu} dl = \frac{B}{\mu} (2\pi r - h) + \frac{B}{\mu_0} h = NI \Rightarrow B = \frac{\mu_0 \mu NI}{\mu_0 (2\pi r - h) + \mu h}$$

Los valores de \mathbf{H} en ambas regiones surgen de:

$$B = \mu_0 (H + M) \Rightarrow \begin{cases} H = B / \mu_0 & \text{en el entrehierro} \\ H = B / \mu & \text{en el material} \end{cases}$$



y la magnetización en el material es: $M = \frac{B}{\mu_0} - H = B \left(\frac{1}{\mu_0} - \frac{1}{\mu} \right)$.

Nuevamente se ve que todos los vectores son paralelos. Las líneas de campo de \mathbf{H} y de \mathbf{B} son cerradas, mientras que las de \mathbf{M} se encuentran solamente dentro del material.

Ambos casos son ejemplos de circuitos magnéticos. La ley de Ampère, que hemos utilizado para el cálculo de los campos, puede escribirse para un circuito magnético:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = NI = fmm \Rightarrow \oint_C H dl = fmm \Rightarrow \oint_C \frac{B}{\mu} dl = fmm \Rightarrow \oint_C \frac{\Phi_m}{\mu S} dl = fmm \Rightarrow \Phi_m \oint_C \frac{dl}{\mu S} = fmm$$

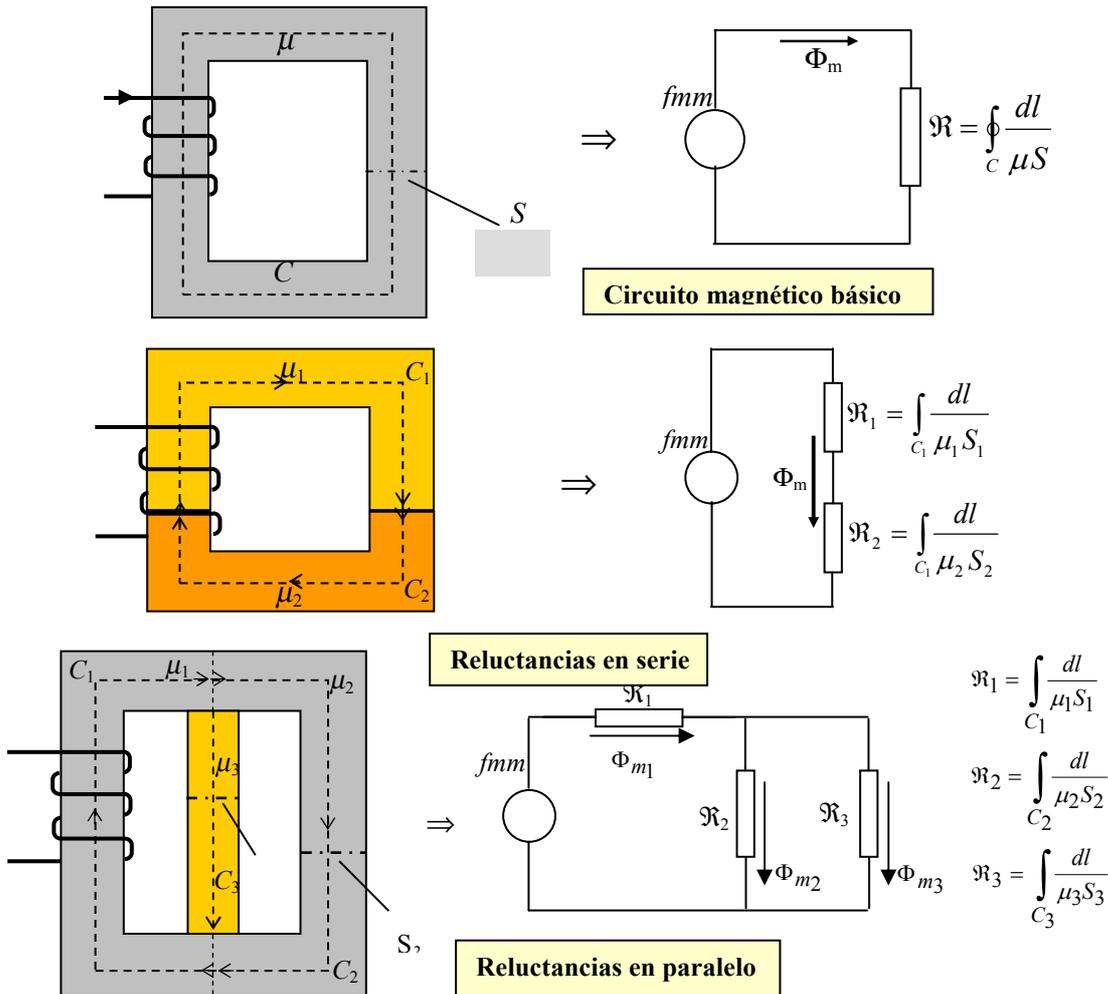
donde hemos supuesto que el flujo magnético es constante a lo largo del circuito magnético. Esta suposición es válida cuando el circuito magnético está formado por material ferromagnético, que tiene permeabilidad muy alta frente a los medios que lo rodean, y entonces el flujo magnético se concentra dentro del circuito. La última ecuación puede escribirse:

$$fmm = \mathfrak{R} \Phi_m \quad \text{con} \quad \mathfrak{R} = \oint_C \frac{dl}{\mu S}$$

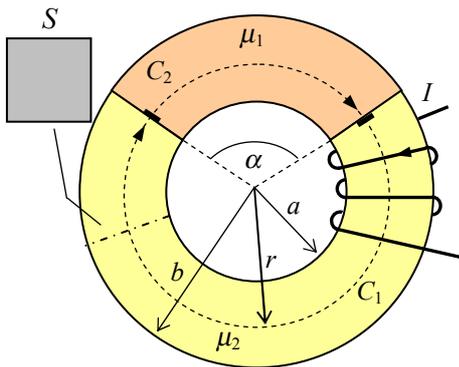
Esta ecuación es idéntica a la de la ley de Ohm para los circuitos eléctricos. El parámetro \mathfrak{R} se conoce como **reluctancia** del circuito magnético y es el equivalente de la resistencia de un circuito eléctrico. Se observa que **la reluctancia de un circuito magnético es inversamente proporcional a su permeabilidad**. Así como en el caso de los circuitos eléctricos, donde la corriente fluye con mayor facilidad por los caminos de menor resistencia, en los circuitos magnéticos el flujo magnético “fluye” con mayor facilidad por los caminos de menor reluctancia, de manera que las líneas de flujo se concentran en las partes del circuito de mayor permeabilidad.

Debido a esta analogía, es evidente que podemos describir un circuito magnético como un circuito eléctrico equivalente, y las ecuaciones que se usan en aquellos casos son aplicables a los casos magnéticos, como se ilustra en los siguientes gráficos y ejemplos.

Un circuito magnético básico consta de una fuente de fmm y un camino de baja reluctancia donde el flujo magnético es constante, como en la siguiente figura:



Ejemplo 4-2: Resolver el circuito magnético de la figura, donde hay dos materiales diferentes.



Se trata de un caso de reluctancias en serie, pero vamos a resolverlo aplicando la ley de Ampère para analizar algunas características del cálculo de reluctancias.

Suponemos que la presencia de dos materiales distintos no altera la simetría cilíndrica del problema (Esto es tanto más cierto cuanto mayores son las permeabilidades de los materiales respecto del medio que rodea al toroide. En tales circunstancias prácticamente todo el flujo magnético se halla encerrado en el material). En tal caso las líneas de campo serán circunferencias coaxiales con el toroide y tomando una de ellas como camino de circulación tenemos:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = H_1 l_1 + H_2 l_2 = NI \Rightarrow \frac{B}{\mu_1} (2\pi - \alpha)r + \frac{B}{\mu_2} \alpha r = NI$$

de donde:
$$B = \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_2 (2\pi - \alpha) + \mu_1 \alpha} \frac{NI}{r}$$

Podemos ahora calcular el flujo magnético dentro del toroide integrando sobre la sección (obsérvese que B varía con el radio):

$$\Phi_m = \int_S B ds = (b - a) \int_a^b B dr = (b - a) \int_a^b \frac{\mu_1 \mu_2}{\mu_2 (2\pi - \alpha) + \mu_1 \alpha} \frac{NI}{r} dr = \frac{\mu_1 \mu_2 (b - a) NI \ln(b/a)}{\mu_2 (2\pi - \alpha) + \mu_1 \alpha}$$

y entonces la reluctancia del circuito es:

$$\mathfrak{R} = \frac{fmm}{\Phi_m} = \frac{\mu_2(2\pi - \alpha) + \mu_1\alpha}{\mu_1\mu_2(b-a)\ln(b/a)} = \frac{(2\pi - \alpha)}{\mu_1(b-a)\ln(b/a)} + \frac{\alpha}{\mu_2(b-a)\ln(b/a)} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2$$

que es la suma de las reluctancias de cada parte homogénea del circuito.

En este caso no es aplicable la ecuación: $\mathfrak{R} = \oint_C \frac{dl}{\mu S}$ que surge de suponer: $\Phi_m = BS$ ya

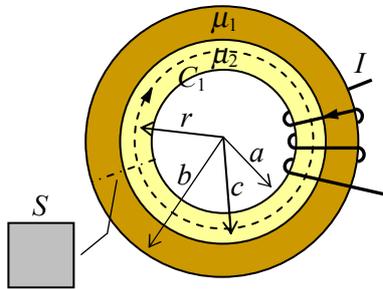
que B no es uniforme en la sección. Si ahora consideramos que el espesor del toroide es muy pequeño, digamos: $b = a(1+\delta)$ con $\delta \rightarrow 0$, podemos calcular el flujo como si B fuera constante sobre la sección e igual a su valor para el llamado **radio medio**: $r_m = (b+a)/2 = a(1+\delta/2) \approx a$. En tal caso podemos escribir:

$$\Phi_m \approx B|_{r_m} S = \frac{\mu_1\mu_2}{\mu_2(2\pi - \alpha) + \mu_1\alpha} \frac{NI}{r_m} S = \frac{\mu_1\mu_2}{\mu_2(2\pi - \alpha) + \mu_1\alpha} \frac{NI S}{a(1+\delta/2)} \approx \frac{\mu_1\mu_2}{\mu_2(2\pi - \alpha) + \mu_1\alpha} \frac{NI S}{a}$$

y entonces la reluctancia del circuito queda:

$$\mathfrak{R} = \frac{fmm}{\Phi_m} = \frac{\mu_2(2\pi - \alpha) + \mu_1\alpha}{\mu_1\mu_2} \frac{a}{S} = \frac{(2\pi - \alpha)}{\mu_1} \frac{a}{S} + \frac{\alpha}{\mu_2} \frac{a}{S} = \mathfrak{R}_1 + \mathfrak{R}_2$$

donde ahora cada reluctancia tiene la forma: $\mathfrak{R} = L/(\mu S)$.



Ejemplo 4-3: Resolver el circuito magnético de la figura.

Este caso es similar al anterior, pero ahora se trata de reluctancias en paralelo. No hay en este caso duda de la simetría cilíndrica axial, y tomando una circulación sobre la curva C_1 en el medio

$$\text{interior tenemos: } H_1 = \frac{NI}{2\pi r}$$

Si ahora tomamos una circulación sobre una curva C_2 en el medio exterior tenemos nuevamente la misma expresión para H .

Sobre la interfase entre ambos medios, los campos H deben ser iguales, porque son tangenciales a la interfase. Tenemos entonces, para cualquier punto

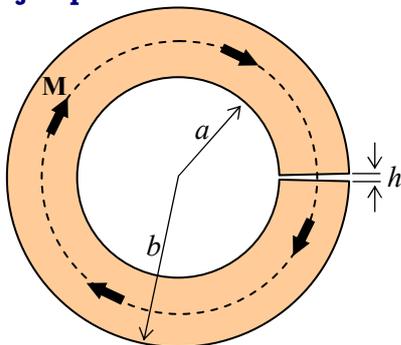
dentro del toroide: $H = \frac{NI}{2\pi r}$. Pero B es diferente en cada medio porque la permeabilidad es diferente. Si calculamos el flujo tenemos:

$$\Phi_m = \int_S B ds = (b-a) \left(\int_a^c B_2 dr + \int_c^b B_1 dr \right) = (b-a) \left(\int_a^c \mu_2 \frac{NI}{2\pi r} dr + \int_c^b \mu_1 \frac{NI}{2\pi r} dr \right) = (b-a) \frac{NI}{2\pi} \left(\mu_2 \ln\left(\frac{c}{a}\right) + \mu_1 \ln\left(\frac{b}{c}\right) \right)$$

Entonces la reluctancia es:

$$\mathfrak{R} = \frac{fmm}{\Phi_m} = \frac{2\pi}{(b-a) \left(\mu_2 \ln\left(\frac{c}{a}\right) + \mu_1 \ln\left(\frac{b}{c}\right) \right)} \Rightarrow \frac{1}{\mathfrak{R}} = \frac{1}{\mathfrak{R}_1} + \frac{1}{\mathfrak{R}_2}$$

Ejemplo 4-4: Resolver el circuito magnético de la figura. Se trata de un imán uniformemente magnetizado con entrehierro.



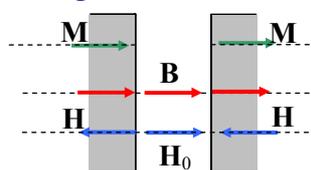
En este caso no existe fuerza magnetomotriz, pero como dentro del material hay magnetización \mathbf{M} , debe haber un \mathbf{B} , que además es continuo al cruzar las interfases entre el material y el aire. Entonces tenemos:

$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = \oint_C H dl = 0 \Rightarrow H(2\pi r - h) + H_0 h = 0$$

donde H_0 es el campo magnético en el entrehierro.

Como $B = \mu_0 H_0$ en el vacío, B y H_0 tienen igual sentido, que tomamos arbitrariamente como positivo. Entonces:

$$H = -\frac{hH_0}{2\pi r - h} \text{ y el campo magnético en el imán tiene sentido negativo. Además, como } B \text{ debe conservarse en la interfase:}$$

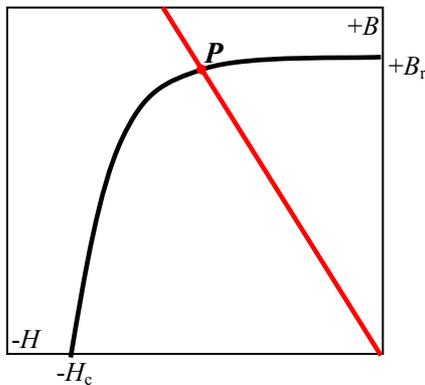


$$\mu_0(H + M) = \mu_0 H_0 \Rightarrow -\frac{hH_0}{2\pi r - h} + M = H_0 \Rightarrow H_0 = \left(1 - \frac{h}{2\pi r}\right) M$$

$$\text{y entonces: } H = -\frac{hH_0}{2\pi r - h} = -\frac{h}{2\pi r} M \text{ como se indica en la figura.}$$

Además: $B = \mu_0(H + M) = \mu_0\left(1 - \frac{2\pi r}{h}\right)H \Rightarrow B = -\mu_0 \frac{2\pi r - h}{h} H$

y la relación entre **B** y **H** es una recta (llamada recta de trabajo o recta de carga) en el segundo cuadrante de la curva de histéresis (que como hemos visto se conoce como **curva de desmagnetización**). Si el imán está originalmente desmagnetizado y lo magnetizamos mediante una *fmm* hasta la saturación, cuando retiremos la *fmm* el imán volverá al valor de remanencia (+ B_r). Sin embargo, la presencia del entrehierro hace que el punto de equilibrio



final sea *P*, en la intersección de la curva de histéresis y la recta recta de carga (sin entrehierro, el imán queda en el punto de remanencia).

La pendiente de la recta de carga (llamada **permeancia**) siempre es negativa porque *B* y *H* son vectores de sentidos opuestos dentro del imán, y su valor es proporcional a la relación de la longitud de material y la longitud de entrehierro, es decir, depende de factores puramente geométricos. Entrehierros muy pequeños dan una recta de carga muy vertical, con el imán cerca de la remanencia. Entrehierros grandes alejan al imán de la remanencia, disminuyendo el flujo magnético útil (existe gran cantidad de flujo disperso en el aire cerca de los polos del imán).

Fuerzas

Muchas aplicaciones de imanes, electroimanes y otros dispositivos electromecánicos utilizan fuerzas magnéticas. Ya hemos establecido que existen fuerzas sobre conductores que transportan corriente en presencia de un campo **B**. Si el circuito es cerrado se produce además una cupla que tiende a alinear al momento magnético del circuito con el campo aplicado. Hemos usado este resultado para analizar la anisotropía de magnetización de materiales ferromagnéticos. La energía de un dipolo magnético en un campo exterior **B** es:

$$U = -m \cdot B \cos \theta = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$$

Esta energía tiende a un mínimo (estado de equilibrio) cuando el momento magnético del dipolo y el campo aplicado están alineados. En este caso la cupla $\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$ sobre el dipolo es cero.

Para un dipolo en un campo exterior, podemos calcular la fuerza como:

$$\mathbf{F} = -\nabla U = \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}) = \mathbf{m} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + \mathbf{B} \times (\nabla \times \mathbf{m}) + (\mathbf{B} \cdot \nabla) \mathbf{m} + (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{B} = \mathbf{m} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + (\mathbf{m} \cdot \nabla) \mathbf{B}$$

donde se ha usado la identidad vectorial (Capítulo 1):

$$\nabla(\mathbf{F} \cdot \mathbf{G}) = \mathbf{F} \times (\nabla \times \mathbf{G}) + \mathbf{G} \times (\nabla \times \mathbf{F}) + (\mathbf{G} \cdot \nabla) \mathbf{F} + (\mathbf{F} \cdot \nabla) \mathbf{G}$$

y el hecho de que el momento magnético **m** es constante.

Podemos suponer que un cuerpo magnetizado está formado por elementos de volumen a cada cual se le puede asignar un momento magnético relacionado con el vector magnetización del material: $dv' \rightarrow d\mathbf{m}(\mathbf{r}') = \mathbf{M}(\mathbf{r}') dv'$, de manera que la fuerza sobre el elemento de volumen está dada por: $d\mathbf{F} = [\mathbf{M} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B}] dv'$ donde todos los vectores deben evaluarse en \mathbf{r}' . A esta fuerza debe agregarse la fuerza magnética de Lorentz debida a la circulación de corrientes verdaderas **j**:

$$d\mathbf{F} = [\mathbf{M} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}] dv'$$

Operando con $\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M})$ y $\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}$:

$$\begin{aligned} d\mathbf{F} &= [\mathbf{M} \times (\nabla \times \mathbf{B}) + (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B} + \mathbf{j} \times \mathbf{B}] dv' = [\mu_0 \mathbf{M} \times (\mathbf{j} + \nabla \times \mathbf{M}) + (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B} + \mu_0 \mathbf{j} \times (\mathbf{H} + \mathbf{M})] dv' \\ &= [\mu_0 \mathbf{M} \times (\nabla \times \mathbf{M}) + (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{B} + \mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{H}] dv' = [\mu_0 \mathbf{M} \times (\nabla \times \mathbf{M}) + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) (\mathbf{H} + \mathbf{M}) + \mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{H}] dv' \\ &= [\mu_0 \mathbf{M} \times (\nabla \times \mathbf{M}) + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{M} + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{H}] dv' \end{aligned}$$

Además: $\nabla(\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}) = 2[\mathbf{M} \times (\nabla \times \mathbf{M}) + (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{M}] \Rightarrow \mathbf{M} \times (\nabla \times \mathbf{M}) = 1/2 \nabla(\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}) - (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{M}$

y queda:

$$d\mathbf{F} = [\mu_0 \mathbf{M} \times (\nabla \times \mathbf{M}) + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{M} + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{H}] dv' = \left[\frac{\mu_0}{2} \nabla (\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}) + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{H} \right] dv'$$

Integramos a todo el volumen del material:

$$\mathbf{F} = \int_V \left[\frac{\mu_0}{2} \nabla (\mathbf{M} \cdot \mathbf{M}) + \mu_0 (\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{j} \times \mathbf{H} \right] dv' = \frac{\mu_0}{2} \oint_S M^2 \hat{\mathbf{n}} ds + \mu_0 \int_V [(\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H} + \mathbf{j} \times \mathbf{H}] dv'$$

donde se ha usado la identidad: $\int_V \nabla f dv = \oint_S f \hat{\mathbf{n}} ds$ que surge del teorema de la divergencia. La primera integral se anula ya que la superficie S , que es frontera de V , puede tomarse de forma que sobre ella la magnetización sea nula (por ejemplo, tomando un recinto V que encierre a todo el material magnetizado pero sea externo a todos los cuerpos).

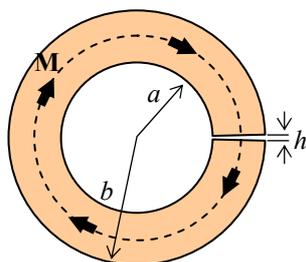
Finalmente la fuerza sobre un material magnetizado que además transporta corriente es:

$$\mathbf{F} = \mu_0 \int_V [(\mathbf{M} \cdot \nabla) \mathbf{H} + \mathbf{j} \times \mathbf{H}] dv'$$

El primer término representa la contribución de la energía de alineación de los momentos magnéticos elementales (la magnetización) del material y el segundo la fuerza de Lorentz sobre las corrientes libres. El primer término explica por qué un imán atrae a un trozo de hierro: el material es atraído hacia las regiones con los valores mayores de \mathbf{H} .

La expresión obtenida es general, pero tiene problemas de aplicación cuando se trata de analizar fuerzas en situaciones donde los campos tienen un salto discontinuo, como se analiza en el siguiente ejemplo.

Ejemplo 4-5: Hallar la fuerza entre los polos del imán toroidal con entrehierro del Ejemplo 4-4.



Los campos hallados en el Ejemplo 4-4 son:

$$H = -\frac{h}{2\pi r} M \quad \text{dentro del imán}$$

$$H_0 = \left(1 - \frac{h}{2\pi r}\right) M \quad \text{en el entrehierro}$$

Si aplicamos la ecuación hallada para la fuerza magnética sobre el imán encontramos que el integrando se anula, ya que la acción de la fuerza está concentrada sobre las superficies interfases donde H experimenta un salto $\Delta H = M$.

Nótese que este salto es independiente del tamaño del entrehierro (siempre que sea pequeño como para despreciar el flujo disperso). Podemos calcular la fuerza que tiende a unir las superficies enfrentadas del entrehierro (los polos del imán) mediante un argumento general. Cada dipolo del material, alineado con el campo B , almacena una energía: $U = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$. Como hemos hecho muchas veces, suponemos que el material está formado por dipolos magnéticos infinitesimales, de modo que cada cual almacena la energía: $dU = -d\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B} dv = -MB dv$ (ya que \mathbf{M} y \mathbf{B} son paralelos en todo el imán), y entonces la energía almacenada en todo el imán será:

$$U = -\int_V MB dv = -\mu_0 M^2 \int_V \left(1 - \frac{h}{2\pi r}\right) dv = -\mu_0 M^2 \left(V - \frac{h}{2\pi} \int_V \frac{dv}{r} \right)$$

Para simplificar los cálculos suponemos que el toroide es muy delgado y usamos el radio medio:

$$U = -\mu_0 M^2 \left(V - \frac{h}{2\pi} \int_V \frac{dv}{r} \right) \approx -\mu_0 M^2 V \left(1 - \frac{h}{2\pi r_m}\right)$$

dado que el volumen del imán es: $V = (2\pi r_m - h)S$.

Supongamos ahora que el imán está construido con un material elástico, de modo que puede deformarse con la fuerza entre los polos. Esto hará que la distancia del entrehierro disminuya $h \rightarrow h - \Delta h$. La energía almacenada en el imán cambiará en:

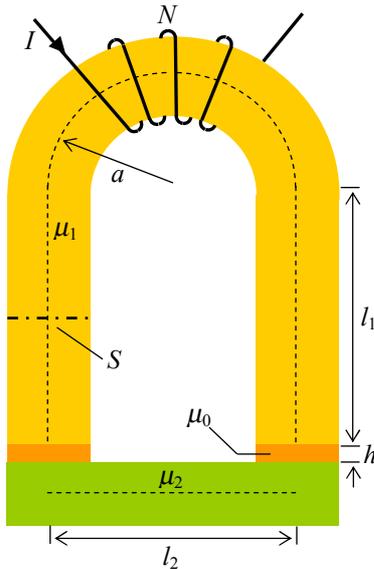
$$h \rightarrow h - \Delta h \Rightarrow U \rightarrow -\mu_0 M^2 V \left(1 - \frac{h - \Delta h}{2\pi r_m}\right) = -\mu_0 M^2 V \left(1 - \frac{h}{2\pi r_m}\right) - \frac{\mu_0 M^2 V \Delta h}{2\pi r_m} = U - \Delta U$$

donde se ha despreciado un término en Δh^2 . Este cambio de energía se puede interpretar como el trabajo de la fuerza entre polos a lo largo de Δh :

$$\Delta U = \frac{\mu_0 M^2 V \Delta h}{2\pi r_m} = F \Delta h \Rightarrow F = \frac{\mu_0 M^2 V}{2\pi r_m} \approx \mu_0 M^2 S \approx \frac{B^2 S}{\mu_0}$$

Este es un cálculo aproximado, pero lo importante es la proporcionalidad con el cuadrado del campo B y la superficie de los polos. Por ejemplo, DexterMag Co. da la fórmula aproximada $F \approx 0.577 B^2 S$ con B en *Kgauss* y S en pulgadas cuadradas.

Ejemplo 4-6: Hallar la corriente necesaria para que el electroimán de la figura en forma de herradura levante una barra de hierro de $1T$ de peso. Existen dos entrehierros de material paramagnético de espesor h .



Datos: $a = 20 \text{ cm}$, $l_1 = 35 \text{ cm}$, $l_2 = 25 \text{ cm}$, $h = 2 \text{ mm}$, $S = 100 \text{ cm}^2$, $N = 100$, $\mu_{1r} = 2500$, $\mu_{2r} = 1200$.

De acuerdo al ejemplo previo la fuerza en el entrehierro depende de la intensidad del campo B . Como hay dos entrehierros, la fuerza es doble: $F = 2B^2 S / \mu_0 = P$

Para calcular B resolvemos el circuito magnético, tomando longitudes medias, como se indica en la figura:

$$NI = \Phi_m \mathfrak{R} \Rightarrow B = \frac{NI}{S \mathfrak{R}} \quad \text{con:} \quad \mathfrak{R} = \frac{\pi a + 2l_1}{\mu_1 S} + \frac{l_2}{\mu_2 S} + \frac{2h}{\mu_0 S}$$

Luego:

$$B = \frac{NI}{S \mathfrak{R}} = \frac{NI}{\frac{\pi a + 2l_1}{\mu_1} + \frac{l_2}{\mu_2} + \frac{2h}{\mu_0}}$$

y entonces:

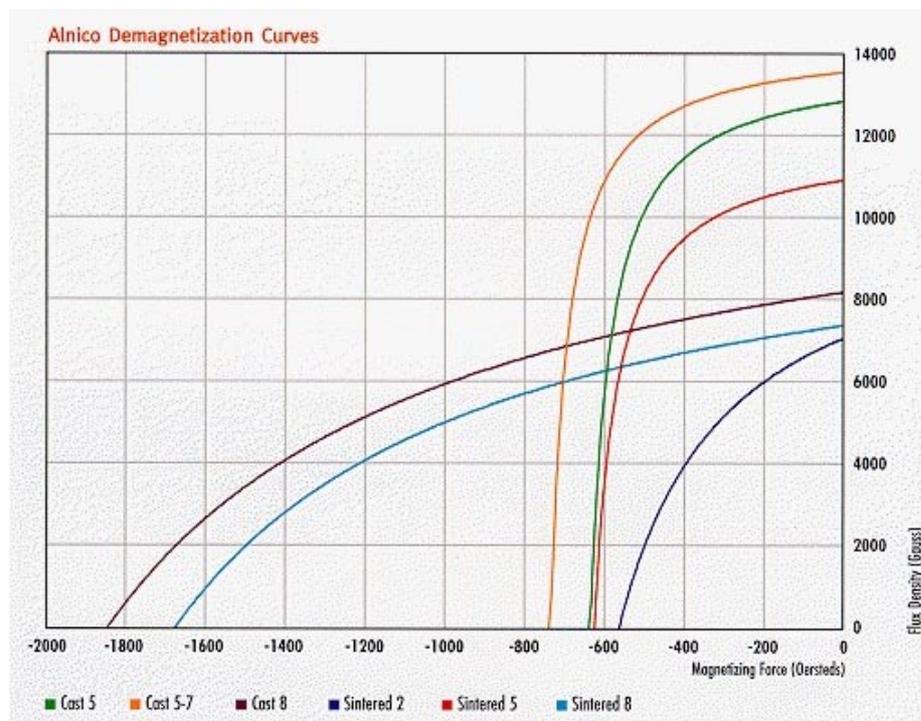
$$I = \sqrt{\frac{P}{2\mu_0 S N^2} \left(\frac{\pi a + 2l_1}{\mu_{1r}} + \frac{l_2}{\mu_{2r}} + 2h \right)} \approx 29.6 \text{ A}$$

Materiales magnéticos modernos

En esta sección presentamos algunos materiales magnéticos de importancia tecnológica en la fabricación de imanes permanentes⁹.

Alnico

La aleación de aluminio, níquel, cobalto y hierro conocida como Alnico se desarrolló en la década de 1940 y representó el primer paso para crear imanes más potentes y de mejores propiedades metalúrgicas que el hierro y las variantes de aceros usadas hasta entonces. La proporción de sus elementos y el agregado de otros elementos para mejorar las propiedades magnéticas hacen que existan muchas variantes comerciales de Alnico. Los imanes de Alnico se fabrican habitualmente por conformado con moldes desde la aleación fundida o por técnicas metalúrgicas cerámicas que parten de la aleación en polvo fino y construyen la pieza por conformado a presión y sinterizado.



El producto de la energía para imanes de Alnico varía entre 1.5 y 7.5 MGOe.

Alnico tiene la menor resistencia a la desmagnetización de todos los materiales que presentamos en esta sección, pero tiene la mejor respuesta a efectos térmicos, lo que hace que pueda usarse en ambientes hasta 550°C y en aplicaciones donde se requiere estabilidad de las propiedades magnéticas sobre un amplio rango de temperatura.

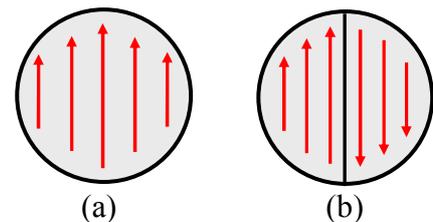
La figura presenta cur-

vas de desmagnetización de distintas variantes de Alnico.

Ferritas cerámicas

Muchos imanes permanentes está hechos mediante técnicas metalúrgicas que muelen el material hasta convertirlo en un polvo de pequeñas partículas. Para maximizar la magnetización de saturación M_{sat} del conjunto del material es conveniente que los momentos magnéticos en cada partícula estén alineados y que los momentos magnéticos de las partículas mismas también lo estén. Esto último se consigue aplicando un **campo orientador** durante el proceso de consolidar el polvo en un aglomerado sólido.

Los momentos dentro de cada partícula se alinearán **espontáneamente** como se muestra en el diagrama (a) siempre que el polvo sea molido hasta un tamaño cercano al de un **único** dominio magnético. Si el tamaño de la partícula es mucho mayor, será energéticamente más favo-



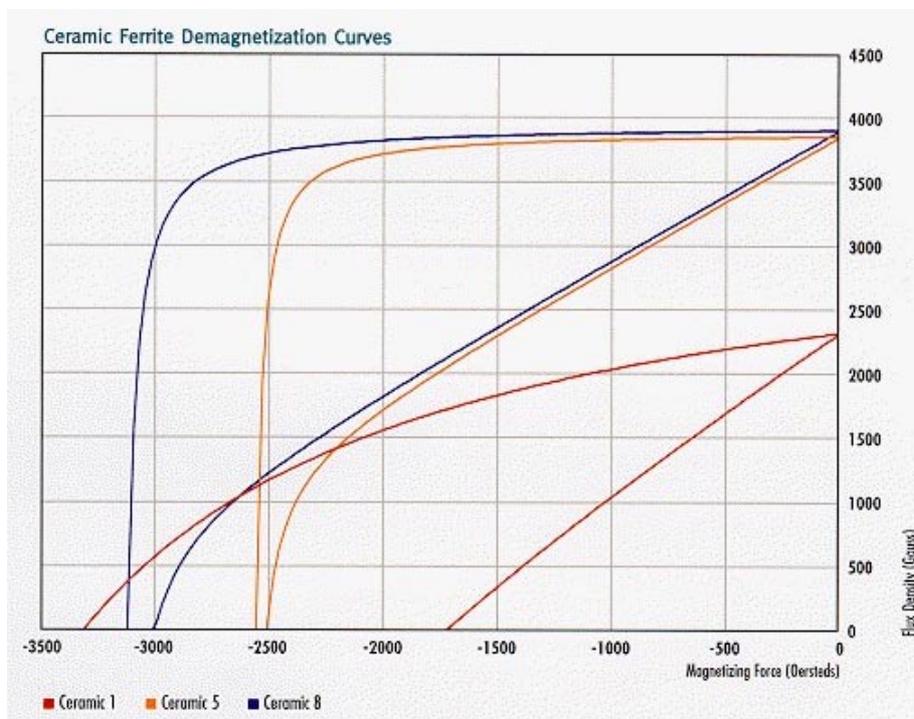
⁹ Las gráficas y tablas de esta sección han sido tomadas de publicaciones de Dexter Magnetic Technologies.

rable la existencia de una **frontera de dominio** como se muestra en el diagrama (b), llevando a una magnetización nula para la partícula. Estos dominios se generan espontáneamente en el material. Se puede calcular por consideraciones energéticas el tamaño máximo de las partículas a obtener para lograr partículas mono-dominio. Este tamaño es alrededor de $1\mu m$ para ferritas cerámicas.

Las ferritas cerámicas se fabrican usando polvo de óxido de hierro, al que se agrega bario o estroncio para mejorar el alineamiento de la estructura cristalina. La fórmula es $X_n(Fe_2O_3)$ donde $X = Ba$ ó Sr y $5.8 < n < 6.0$. Después del molido, el polvo se comprime en una matriz, con un campo magnético aplicado si así se desea. Si no se aplica campo en este proceso, se obtendrá un imán **isótropo** con iguales propiedades magnéticas en todas direcciones, mientras que si se aplica un campo exterior, se obtiene un imán **anisótropo** con propiedades magnéticas preferenciales sobre un cierto eje. El polvo compactado entonces se sinteriza a una temperatura de $1100^\circ C - 1300^\circ C$ (de donde el nombre **cerámico**) para obtener un material compacto y se maquina hasta su forma y tamaño finales. Alternativamente, el polvo puede mezclarse con un aglutinante de

polímeros y luego se extrusiona o conforma en una matriz por compresión o moldeo por inyección, produciendo un imán de ferrita moldeada (**bonded ferrite**) de forma cualquiera. Pueden obtenerse propiedades anisótropas aplicando un campo de orientación durante el moldeo.

Como las ferritas cerámicas usan partículas mono-dominio, su magnetismo permanente se basa en la anisotropía magnetocristalina. Como ejemplo, el diagrama muestra las curvas



características de desmagnetización de varios compuestos de ferrita cerámica.

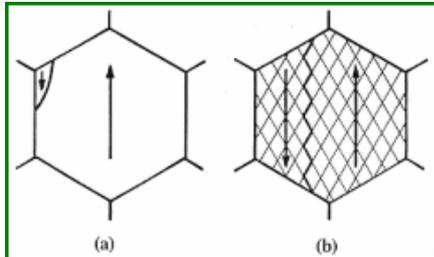
Samario-Cobalto

Átomos de los elementos llamados **tierras raras** tienden a formar compuestos intermetálicos con metales de transición como Fe, Ni o Co, y en la primera época del desarrollo de los imanes de estos materiales la teoría predecía que los elementos más livianos – en particular el samario – se combinaría de la forma más favorable con el cobalto para producir una alta anisotropía cristalina. La experiencia confirmó la factibilidad de varios compuestos intermetálicos, y el primer imán práctico se construyó con el compuesto $SmCo_5$, seguido más tarde por Sm_2Co_{17} .

Los imanes de samario-cobalto se fabrican según las mismas líneas que las ferritas. Dado que tanto el samario como el cobalto son elementos relativamente caros, se fabrican imanes anisótropos con propiedades preferenciales a lo largo de un eje.

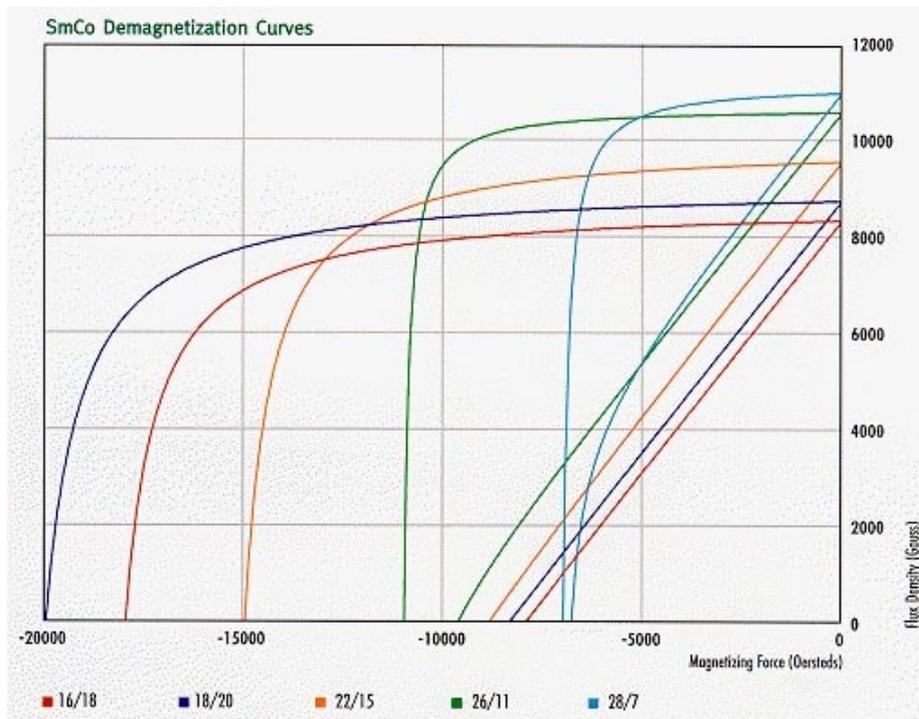
Los imanes de tierras raras tienen un mecanismo de fronteras de dominio mucho más complicado que el derivado de la pura anisotropía magnetocristalina, lo que lleva a que las mejores propiedades magnéticas se obtienen con un tamaño de grano mayor que el correspondiente a partí-

culas mono-dominio. Esto significa que no sólo las fronteras de dominio pueden existir, sino que se mueven con relativa facilidad dentro del grano. Mientras que esta característica permite que se alcance la magnetización de saturación aún con un modesto campo aplicado, una alta coercividad intrínseca dependerá de la habilidad del grano para resistir la formación de un dominio invertido cuando se aplica un campo de desmagnetización. Esta propiedad vital se controla por las fronteras de grano, que están compuestas de desviaciones de la composición primaria del material que proveen una fuerte fijación de las fronteras de dominios en estos lugares. Este mecanismo, conocido como **nucleación**, se da en imanes de SmCo_5 . Un grano en proceso de nucleación se muestra en el diagrama (a) de la figura.



$\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$ difiere de SmCo_5 en que sus granos contienen una estructura de pequeñas celdas como se ilustra en el diagrama (b). El tratamiento térmico de este compuesto promueve la formación de estas celdas de $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$, separadas por delgadas paredes de SmCo_5 que son las que proveen la fijación de las **paredes de dominio** (en lugar de las fronteras de grano). La **fijación**, en lugar de la nucleación, es entonces el mecanismo de control en imanes de $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$, y mientras que este mecanismo provee una mayor coercividad intrínseca, debe aplicarse un campo mucho mayor para llevar inicialmente este material a su magnetización de saturación.

Ya sea un imán de tipo-nucleación SmCo_5 o de tipo-fijación $\text{Sm}_2\text{Co}_{17}$, es decir, ya sea que las



paredes de dominio estén fijadas a las fronteras de grano o de celda, se moverán bastante libremente una vez superadas estas fuerzas de fijación, y M_{sat} se invertirá en forma abrupta al alcanzar el campo aplicado el valor $-H_{\text{ci}}$, en una forma similar al comportamiento teórico derivado de la anisotropía magnetocristalina.

Como ejemplo, en la figura se muestran curvas de desmagnetización para diversos compuestos de SmCo.

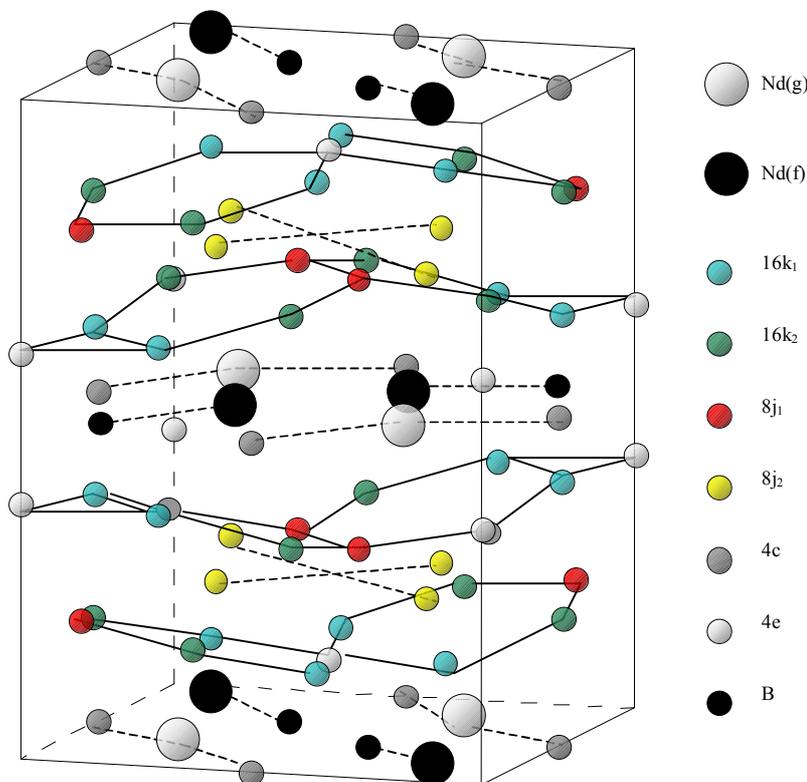
Los imanes de SmCo son generalmente muy caros para aplicaciones masivas. Se suelen utilizar en instrumental de laboratorio o especiales debido a sus excelentes propiedades de directividad.

Neodimio-hierro-boro

Luego del exitoso desarrollo de imanes de samario-cobalto, se trató de desarrollar imanes de tierras raras de menor costo. El hierro es un metal de transición mucho más barato que el cobalto, y el neodimio es una tierra rara liviana mucho más abundante que el samario. Diversas tierras raras X se combinaron con hierro en compuestos X_2Fe_{17} , pero todos presentaron temperaturas de operación muy bajas para propósitos prácticos. Una mejora significativa ocurrió con el descubrimiento de que el agregado de boro formaba un compuesto ternario con fuerte anisotropía magne-

tricristalina uniaxial, y una mayor temperatura de operación.

Un compuesto de neodimio-hierro-boro de fórmula aproximada a $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$ presentó la mejor combinación de propiedades magnéticas y térmicas. La estructura de la celda unitaria de este material se muestra en la figura¹⁰ y consiste de 68 átomos. 56 son de Fe, que ocupan sitios cristalográficamente no equivalentes denominados $16k_1$, $16k_2$, $8j_1$, $8j_2$, $4e$ y $4c$.



Los imanes comerciales de Nd-Fe-B vienen en muchas combinaciones de proporciones de Nd y Fe, lo que produce un amplio rango de propiedades disponibles.

Sinterizado: Hay diferentes métodos de producción de imanes de Nd-Fe-B. El sinterizado es similar a los ya vistos. El polvo se moldea en una estructura compacta anisótropa mediante compactación y sinterizado en un campo orientador. Este proceso produce un imán de tipo-nucleación en el que las fronteras de grano se componen de desviaciones ricas en Nd de la composición primaria $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$, proveyendo la fijación de las fronteras de dominio. Uno de los problemas de este método es que los granos de Nd-Fe-B son muy susceptibles de oxidarse en su superficie, lo que limita seriamente el tamaño de grano que puede obtenerse y hace muy difícil obtener en la práctica imanes útiles.

La oxidación de un material comienza en su superficie, y si no se usa ningún recubrimiento de protección, el oxígeno del ambiente se difundirá hacia dentro del material produciendo reacciones químicas y alterando sus propiedades magnéticas. Este proceso de difusión aumenta fuertemente con la temperatura. Otros fenómenos de **corrosión** involucran otros agentes que se difunden y producen reacciones químicas destructivas dentro del material. Desde el comienzo de la utilización técnica de los imanes, cuando el hierro era el material fundamental, se ha utilizado la pintura como recubrimiento protector.

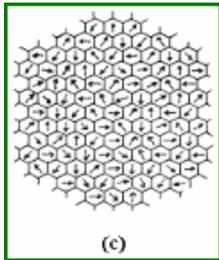
Se ha encontrado en los compuestos de Sa-Co que el cobalto dificulta el proceso de difusión del oxígeno y que el producto fundamental del proceso de oxidación es Sm_3O_3 . Por lo tanto se suele

¹⁰ Esta figura ha sido gentilmente aportada por el Dr. Fabio Saccone.

agregar cobalto en exceso de la cantidad estequiométrica del compuesto para mejorar el comportamiento frente a la oxidación.

En el caso de los imanes de Nd-Fe-B la oxidación progresa selectivamente a lo largo de las fronteras de grano ricas en Nd. El compuesto más importante de este proceso es Nd_2O_3 . Se ha hallado que el agregado de Co al compuesto mejora la situación ya que el Co migra a las fronteras de grano y reduce la proporción de Nd pasible de oxidación.

Templado rápido: Un proceso completamente diferente involucra el templado rápido de la aleación fundida de Nd-Fe-B, usando una técnica de “**melt-spinning**” para producir una cinta que



luego es convertida en polvo. Mientras que una cinta obtenida por conformación mecánica produce partículas de polvo en forma de grandes placas, el templado rápido lleva a una microestructura extremadamente fina como la que se ilustra en la figura (c), nuevamente con fronteras de grano que se desvían de la composición primaria $\text{Nd}_2\text{Fe}_{14}\text{B}$, aunque en mucha menor medida que en el proceso de sinterizado. Sin embargo, este no es un imán de tipo-nucleación, porque el polvo tiene una microestructura muy pequeña que se adecua al modelo de dominio único de las ferritas cerámicas. Este proceso de fabricación

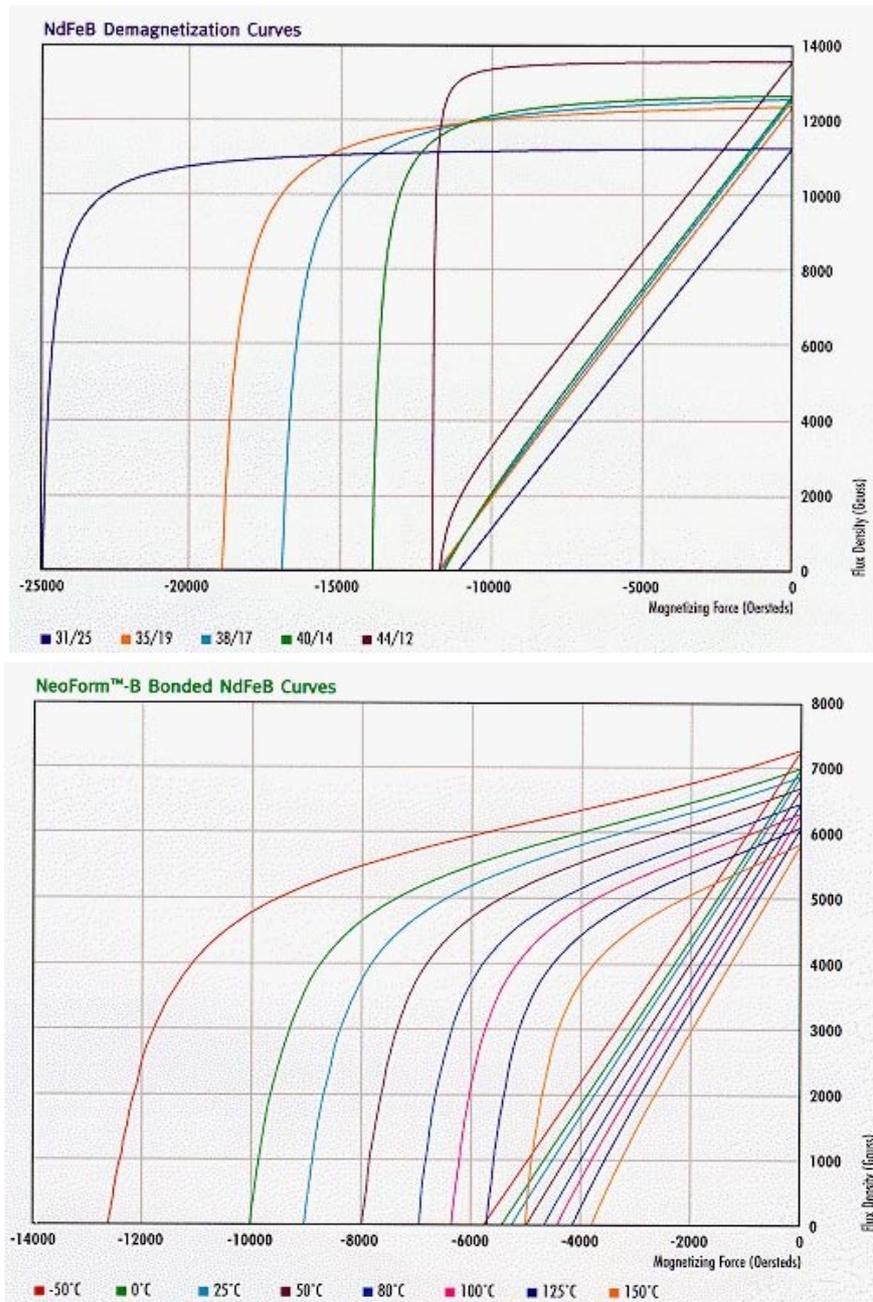
produce imanes cuyo magnetismo permanente se basa en la anisotropía magnetocristalina, y requieren un fuerte campo aplicado para llevar inicialmente los granos del material a la magnetización de saturación. Como sugiere el diagrama (c), no es práctico moler el material a tamaño de mono-dominio, de forma que el polvo es inherentemente isótropo. Sin embargo, puede consolidarse en un imán compacto y anisótropo por la deformación plástica que ocurre en la compactación en caliente. La protección natural que esta la microestructura aporta a las fronteras de grano por la disminución de la cantidad no estequiométrica de Nd hace que el polvo sea muy estable respecto de la oxidación, de manera que es fácil fabricar imanes de cualquier forma por moldeo.

HDDR: Hemos mencionado el problema de la oxidación en la preparación de polvo de Nd-Fe-B, de modo que también puede predecirse que absorbe hidrógeno con facilidad, lo que convierte al material en un polvo muy frágil y quebradizo. Esta característica facilita la conversión del material en polvo, y se ha convertido en la base del proceso llamado **HDDR** (por *Hidrogenación, Desproporción, Desorción y Recombinación*, un proceso metalúrgico muy complejo para detallar aquí). Este proceso también da al polvo de Nd-Fe-B una estructura ultrafina con granos de tamaño cercano al mono-dominio, y pueden obtenerse partículas de polvo de este tamaño. El polvo de Nd-Fe-B preparado con la técnica HDDR es inherentemente isótropo, pero los imanes fabricados por compactación en caliente o moldeo son generalmente anisótropos debido a las condiciones de procesamiento y el agregado de aditivos que inducen un mayor grado de textura en la aleación.

Los imanes de Nd-Fe-B fabricados con el proceso HDDR exhiben curvas características de desmagnetización con codos bien definidos de inversión de la magnetización.

En las figuras de la siguiente página se muestran curvas de desmagnetización para diversos compuestos de Nd-Fe-B.

El primer juego de curvas corresponde a imanes obtenidos por sinterizado, mientras que el segundo juego corresponde a imanes Neoform obtenidos por moldeo cerámico.



Finalmente, comparamos las propiedades de distintos compuestos comerciales de las distintas familias producidos por el mismo fabricante:

Comparación de Propiedades de Compuestos comerciales (DexterMag Co.)

Material	Temperatura Máxima de Operación	Máxima Energía Magnética	Costo Relativo	Resistencia a la Desmagnetización
NdFeB	150° C	48 MGOe	Alto	Alta
SmCo	300° C	32 MGOe	Muy Alto	Muy Alta
NeoForm-B NdFeB moldeado	150° C	10 MGOe	Alto	Alta
Alnico	550° C	7.5 MGOe	Moderado	Baja
Ferrita Cerámica	300° C	4 MGOe	Muy Bajo	Moderada

Otras aplicaciones

En esta sección presentamos algunos desarrollos de interés tecnológico de aplicaciones del magnetismo.

Magnetorresistencia

Los materiales magnetorresistivos (MR) son generalmente metales puros o aleaciones ferromagnéticas. **En estos materiales la magnitud de la resistividad eléctrica depende del ángulo entre las direcciones de la corriente y la magnetización y la intensidad de la magnetización.** Este efecto fue descubierto en 1857 por William Thomson (después Lord Kelvin) en hierro y níquel, pero sólo ha tenido aplicación práctica en los últimos años, especialmente en la grabación y recuperación de datos.

En metales paramagnéticos el efecto es muy pequeño, salvo para campos magnéticos muy intensos. El cambio de resistividad $\Delta\rho$ es positivo y depende del ángulo entre la corriente y el vector magnetización. Se tiene $\Delta\rho_T > \Delta\rho_L$, donde $\Delta\rho_T$ corresponde al caso en que la magnetización es transversal respecto a la dirección de la corriente y $\Delta\rho_L$ cuando la magnetización es paralela a la dirección de la corriente. El comportamiento magnetorresistivo depende de la estructura de los orbitales electrónicos sobre la superficie de Fermi y su descripción está fuera de los contenidos de este curso¹¹.

Para metales paramagnéticos puros el efecto es isótropo, pero deja de serlo en materiales ferromagnéticos puros y aleaciones. La anisotropía se observa en que $\Delta\rho_L$ aumenta con el campo mientras que $\Delta\rho_T$ disminuye. En este caso, el origen del fenómeno es el acoplamiento spin-órbita. Este efecto se usa desde hace años en cabezas magnéticas lectoras y el material más utilizado es NiFe (permalloy), donde se han observado variaciones del orden de 20% para la variación relativa $\Delta\rho/\rho$ para campos no muy intensos.

Hay distintos tipos de fenómenos magnetorresistivos que se deben a distintos mecanismos. La designación de **magnetorresistencia (MR)** a secas se aplica a los efectos isótropos, mientras que en los materiales anisótropos se habla de **magnetorresistencia de anisotropía (AMR)**. Posteriormente nuevos efectos fueron descubiertos: la **magnetorresistencia gigante (GMR)** y la **magnetorresistencia colosal (CMR)**, que se utilizan en aplicaciones técnicas, por lo que damos mayor información en secciones posteriores.

Otros nuevos efectos, aún no estudiados con precisión son la **magnetorresistencia de efecto túnel (TMR)**, la **magnetorresistencia extraordinaria (EMR)** y la **magnetorresistencia muy grande (VLMR)**. La TMR surge por la aplicación de un campo magnético a una estructura formada por dos capas de material magnético separadas por una delgada capa aislante. La EMR presenta un incremento en la magnetorresistencia del orden del 100% en semiconductores no magnéticos con inhomogeneidades metálicas embebidas, a temperatura ambiente y ante un campo aplicado de 500 G. El efecto de VLMR se ha observado en materiales homogéneos y es similar al efecto GMR que se describe más abajo.

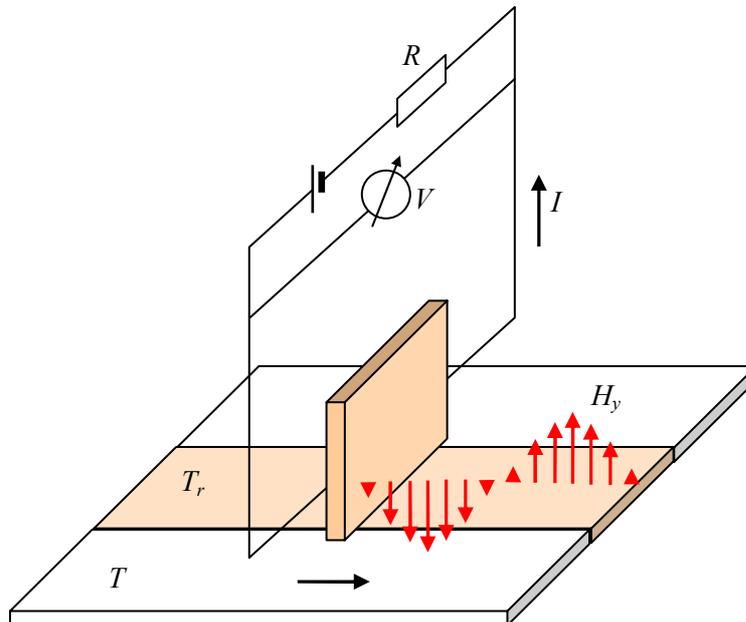
En la siguiente tabla se presenta el orden de magnitud de los cambios en magnetorresistencia que se producen en los distintos fenómenos de uso tecnológico:

Tipo de MR	% aumento en la resistencia
MR	1%
AMR	20%
GMR	200%
CMR	100,000%

¹¹ Ver, por ejemplo, J.Nickel, "Magnetoresistance Overview", HPL-95-60, Hewlett-Packard Co., Junio 1995.
Juan C. Fernández - Departamento de Física – Facultad de Ingeniería
Universidad de Buenos Aires – www.fi.uba.ar

Aplicación a lectoras magnéticas

El principio de operación de una cabeza lectora de cinta basada en el efecto magnetorresistivo se esquematiza en la figura.



La información se almacena en una cinta magnética en forma de una magnetización cuya dirección y magnitud varían en función de la posición en la cinta. Esto produce un campo magnético en los alrededores de la cinta, cuya intensidad depende de la posición.

Sobre la pista T_r de la cinta T se coloca una tira de la aleación magnetorresistiva, cuya resistencia se mide continuamente con la ayuda de la corriente de medición I . Las variaciones en la componente vertical (H_y) del campo magnético creado por la cinta grabada cambian la dirección de magnetización en la tira y producen entonces un cambio en su resistencia. Se obtiene así una señal de H_y en función del tiempo (una cabeza lectora convencional responde a la derivada temporal del flujo magnético, o sea proporcional a $\partial H/\partial t$).

La performance de una cabeza magnetorresistiva es competitiva con la de una cabeza magnética convencional en términos de sensibilidad, inmunidad frente a ruido, diafonía (crosstalk), etc. El método magnetorresistivo tiene la ventaja de la miniaturización, dado que se trabaja con películas delgadas del orden de los micrones de espesor, mientras que en una cabeza convencional un menor tamaño implica una fem inducida menor, lo que pone un límite al mínimo tamaño que puede usarse para tener una relación señal/ruido aceptable. Por otra parte, como la cabeza convencional responde a cambios del flujo magnético en el tiempo, hay una velocidad mínima de movimiento de la cinta por debajo de la cual la señal recibida es muy baja.

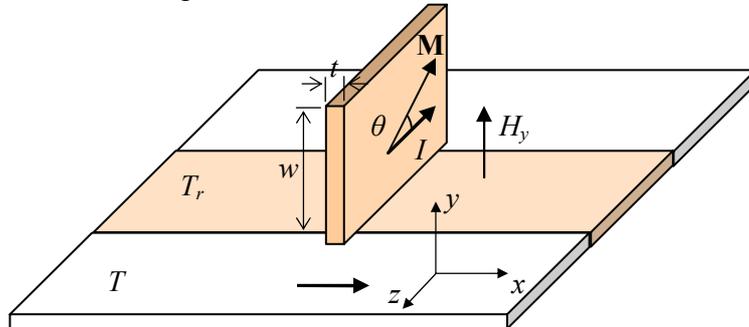
La ventaja de la cabeza convencional es que puede combinarse las funciones de lectura y escritura en una única cabeza. Sin embargo, la posibilidad de miniaturización ha convertido en los últimos años a las cabezas magnetorresistivas en el método habitual para discos duros y lectoras de cinta de walkmans.

La dependencia de la resistividad de un material magnetorresistivo con el ángulo θ entre las direcciones de la corriente y la magnetización es:

$$\rho = \rho_0 (1 + \beta \cos^2 \theta)$$

donde ρ es la resistividad y θ el ángulo entre la corriente I y la magnetización M . ρ_0 y β son constantes del material. La resistividad es extrema para $\theta = 0^\circ$ y $\theta = 90^\circ$, siendo mínima para $\theta = 90^\circ$. Obviamente, la aleación elegida para la tira ferromagnética debería tener el mayor valor posible de β .

Además, debería ser fácil rotar la magnetización con campos del orden de 8000 A/m (alrededor de 100 Oe) como los que produce una cinta magnética típica. Aleaciones con alta permeabilidad, pequeña coercividad y un valor relativamente grande de β que son adecuadas para esta aplicación incluyen a $\text{Ni}_{89}\text{Fe}_{11}$ o $\text{Ni}_{70}\text{Co}_{30}$. A baja temperatura β puede estar entre 0.1 y 0.2 , mientras que a temperatura ambiente es mucho más pequeña. Para la mayoría de las cintas usadas el efecto magnetorresistivo es menor que el 5% .

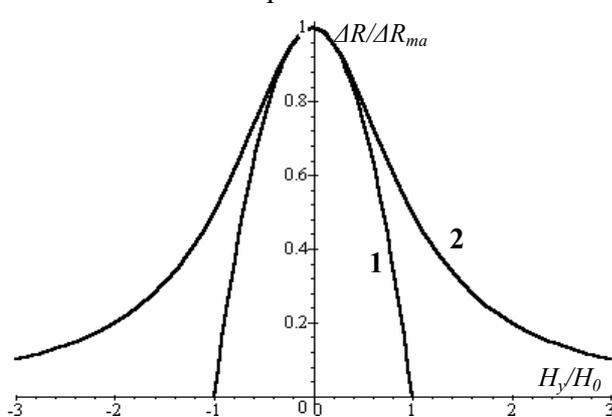


Puede demostrarse que la relación entre el campo externo vertical H_y y el ángulo θ está determinada por las dimensiones geométricas de la tira magnetorresistiva y la anisotropía magnética del material, simbolizada por un campo de desmagnetización $H_0 = (t/w)M_s$, donde t es el espesor de la cinta, w su altura y M_s la magnetización de saturación del material. La relación buscada es:

$$\text{sen}^2 \theta = \frac{H_y^2}{H_0^2} \quad \text{para } H_y \leq H_0$$

$$\text{sen}^2 \theta = 1 \quad \text{para } H_y \geq H_0$$

de donde se obtiene para la variación de resistencia:



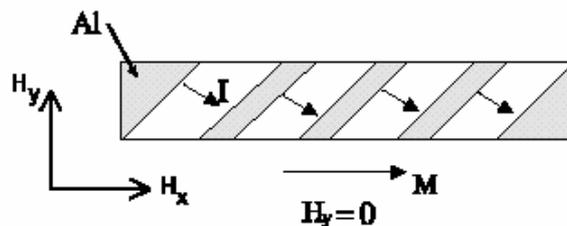
$$\Delta R / \Delta R_{\max} = 1 - (H_y / H_0)^2 \quad \text{para } H_y < H_0$$

$$\Delta R / \Delta R_{\max} = 0 \quad \text{para } H_y > H_0$$

que se grafica en la figura.

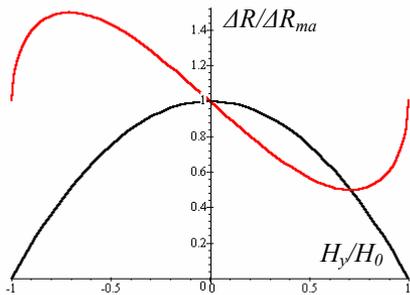
La curva 1 supone que el campo de desmagnetización es homogéneo, mientras que la curva 2 se corresponde mejor con la realidad de la cinta lectora. La respuesta es aproximadamente lineal en la región alrededor de los puntos de inflexión de la curva, donde $H_y / H_0 \cong 0.9$ y $\theta \cong 45^\circ$.

Para medir pequeños campos magnéticos conviene que estas relaciones sean lineales. Para lograrlo se usan disposiciones geométricas llamadas "**barber pole**"¹² donde la cinta se divide en zonas oblicuas a 45° separadas por zonas de aluminio.



El aluminio tiene una resistividad mucho menor que el permalloy, de manera que la construcción causa un cambio en la dirección media de la corriente. Como resultado, la corriente queda a 45°

¹² El nombre proviene del parecido de la estructura con el tradicional anuncio de las peluquerías.



de la magnetización, y la relación entre las variaciones de resistencia y el campo magnético externo vertical queda ahora:

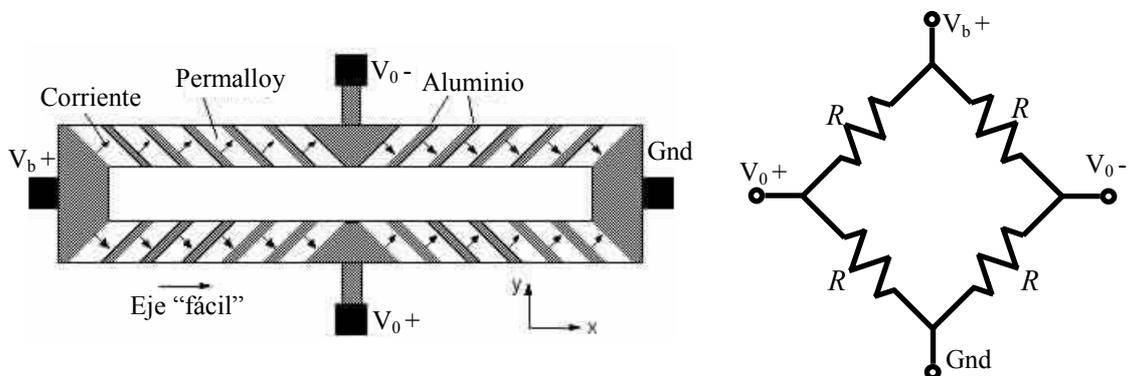
$$\Delta R / \Delta R_{max} = 1 - \frac{H_y}{H_0} \sqrt{1 - \left(\frac{H_y}{H_0}\right)^2}$$

que tiene la gráfica de la figura.

La curva en rojo es la respuesta de la configuración "barber pole" obtenida para magnetización uniforme. La curva en negro es la anterior, para comparación.

Aplicación a sensores de campo magnético

Elementos sensores magnetorresistivos están hechos de películas delgadas de NiFe depositadas sobre un sustrato de silicio formando un puente de Wheatstone cuyas ramas son "barber poles",

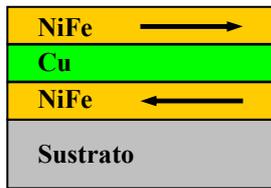


como se indica en la figura. La resistencia de cada rama es la misma. La fuente del puente (V_b) hace circular corriente por el circuito. Un campo aplicado transversalmente (según el eje y) causa que la magnetización en un par de magnetorresistores conectados opuestos rote hacia la dirección de la corriente, lo que causa un aumento de la resistencia. En el otro par de magnetorresistores ocurre el fenómeno inverso y su resistencia disminuye. Dentro del rango lineal de operación la tensión de salida resulta proporcional al campo magnético aplicado. En los sensores comerciales disponibles el rango de linealidad es inversamente proporcional a la sensibilidad del sensor. Por ejemplo, los sensores de Honeywell tienen una sensibilidad típica de 3 mV/V/Oe y el rango de linealidad es de unos 20 Oe .

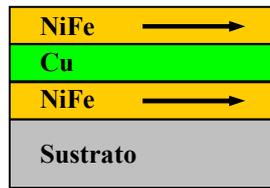
Debido a la técnica de fabricación integrada, es fácil agregar sistemas de compensación de campos magnéticos ambientales o de disminución de ruido.

Magnetorresistencia Gigante

El efecto magnetorresistivo es habitualmente de poca intensidad, pero en 1988 se descubrió en Francia¹³ un gran efecto magnetorresistivo en una estructura multicapa ferromagnética/paramagnética como se muestra en la figura, donde las orientaciones relativas de los momentos magnéticos en capas alternadas cambian en función del campo aplicado.



Estado de alta resistencia



Estado de baja resistencia

El principio físico de la **GMR** es la dependencia de la resistividad eléctrica de los electrones en un metal magnético respecto de la dirección del espín del electrón que puede ser paralelo o antiparalelo al momento magnético de las películas (indicado por las flechas en la figura). Los electrones que tienen un espín paralelo sufren menos procesos de dispersión y por lo tanto llevan a una resistencia menor. Cuando los momentos de las capas magnéticas (NiFe en la figura) son antiparalelos a campos bajos, los electrones no disminuyen la tasa de procesos de dispersión y la resistencia eléctrica aumenta. Para campos magnéticos aplicados que causen la alineación de las capas magnéticas, los electrones con espines paralelos a estos momentos magnéticos se mueve casi-libremente a través del sólido y se disminuye la resistencia eléctrica. Por lo tanto, la resistencia de la estructura es proporcional al coseno del ángulo entre los momentos magnéticos en capas magnéticas adyacentes.

La ocurrencia del efecto de **GMR** depende de que el campo magnético aplicado pueda cambiar la orientación relativa de los momentos magnéticos entre los estados paralelo y antiparalelo. En algunas estructuras multicapa un intercambio de acoplamiento intercapa mecano-cuántico a través del Cu u otro metal paramagnético causa un alineamiento antiparalelo a campo cero que puede eliminarse mediante un campo aplicado de gran intensidad.

La magnitud del efecto **GMR** puede ser sorprendentemente alto, hasta 80 veces la sensibilidad del efecto MR normal. Esto lleva a valores de $\Delta\rho/\rho$ de hasta un 200%. Sin embargo, los campos necesarios para saturar multicapas Co/Cu son demasiado grandes para aplicaciones prácticas en el terreno de los sensores. Se han diseñado otras multicapas para alcanzar un estado antiparalelo en un rango limitado de campo aplicado alternando capas ferromagnéticas (capas de Co y Fe en lugar de dos capas de NiFe) con diferentes campos intrínsecos de switching.

Recientemente se han evaluado sensores **GMR** para uso en exploración geofísica y se ha hallado un piso de ruido de 0.1 - 1.0 nT en un sistema sin apantallado ni filtrado. Esta sensibilidad es comparable a un sistema de inducción electromagnética. Se está investigando la aplicación de GMR a obtener imágenes geofísicas por medición de campos magnéticos.

Recientemente se han evaluado sensores **GMR** para uso en exploración geofísica y se ha hallado un piso de ruido de 0.1 - 1.0 nT en un sistema sin apantallado ni filtrado. Esta sensibilidad es comparable a un sistema de inducción electromagnética. Se está investigando la aplicación de GMR a obtener imágenes geofísicas por medición de campos magnéticos.

¹³ M. Baibich *et al.*, Physical Review Letters, Vol.61, p.2472 (1988).

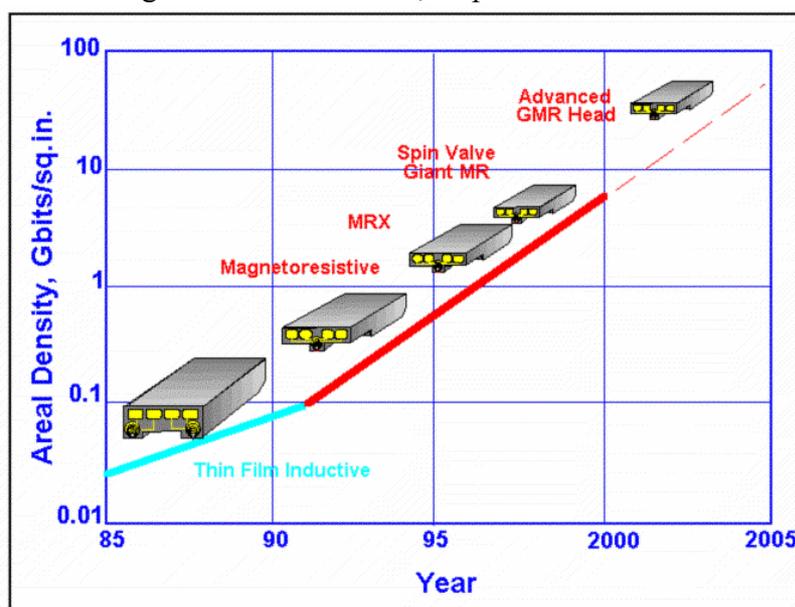
Válvulas de espín y HD

Una aplicación del efecto **GMR** es la construcción de dispositivos integrados de alta sensibilidad a los campos magnéticos, llamados **válvulas de espín (spin valves)**. Una estructura básica consiste de cuatro capas: una capa antiferromagnética de "fijación" (pinning) y dos películas delgadas magnéticas separadas por un espaciador no magnético. La película superior tiene su magnetización fija en una orientación (por el acople de intercambio con la capa de pinning), mientras que la película inferior (capa sensora) se deja libre para alinearse paralela o antiparalela en la presencia de campos magnéticos externos. La delgadez de la capa sensora la hace sensible a campos de valor muy bajo. Por otra parte, el espesor de la capa espaciadora no magnética es suficientemente grande para hacer despreciable el acoplamiento entre las dos películas magnéticas. El principio de la disminución de la resistencia de la estructura **GMR** (las dos películas magnéticas y el espaciador) es el mismo que en las estructuras clásicas multicapa: el estado de menor resistencia se da cuando las películas magnéticas están ferromagnéticamente alineadas y el estado de alta resistencia se obtiene en la configuración antiferromagnética.



En la figura se muestra una estructura práctica de válvula de espín desarrollada para miniaturización en circuitos integrados. Sobre un sustrato de silicio, de un espesor de 1mm , se monta la estructura GMR activa formada por las películas de Co (capa de magnetización fija – magnéticamente dura para evitar que su magnetización cambie por efectos del campo aplicado a sensor) y de NiFe (capa sensora – magnéticamente blanda para tener una buena respuesta al campo aplicado) separadas por la capa conductora de Cu. Esta estructura tiene un espesor del orden de $100\ \mu\text{m}$. La

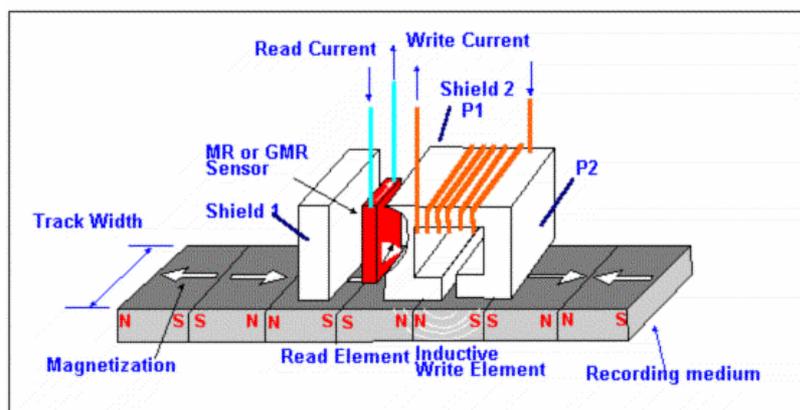
capa de FeMn es la capa de pinning y se usan dos capas de Ta: la superior es de protección, para evitar la oxidación de las capas inferiores, y la inferior es un buffer que se usa para mejorar las condiciones para el crecimiento epitaxial de las capas activas sobre el sustrato. Toda la estructura tiene un espesor del orden de los $300\ \mu\text{m}$. Este tipo de estructuras se usan en múltiples aplicaciones tecnológicas en la actualidad, en particular en cabezas de discos duros.



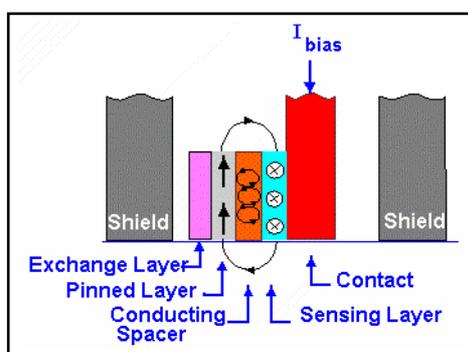
Existe una demanda siempre creciente de capacidad de almacenamiento y de disminución del costo por Mb para discos duros¹⁴. El parámetro significativo es la **densidad areal**, expresada en Gb/mm^2 , y definida como el producto de la densidad lineal (bits de información por mm de pista) por la densidad de pistas (pistas por mm). La densidad areal varía con el radio, por lo que se usa para comparaciones el máximo valor. La densidad areal máxima ha crecido en forma casi lineal en los últi-

¹⁴ La información para esta sección se ha tomado fundamentalmente de "The era of giant magnetoresistive heads", por J.Belleison, IBM Storage Systems Division y E.Grochowski, IBM Almaden Research Center.

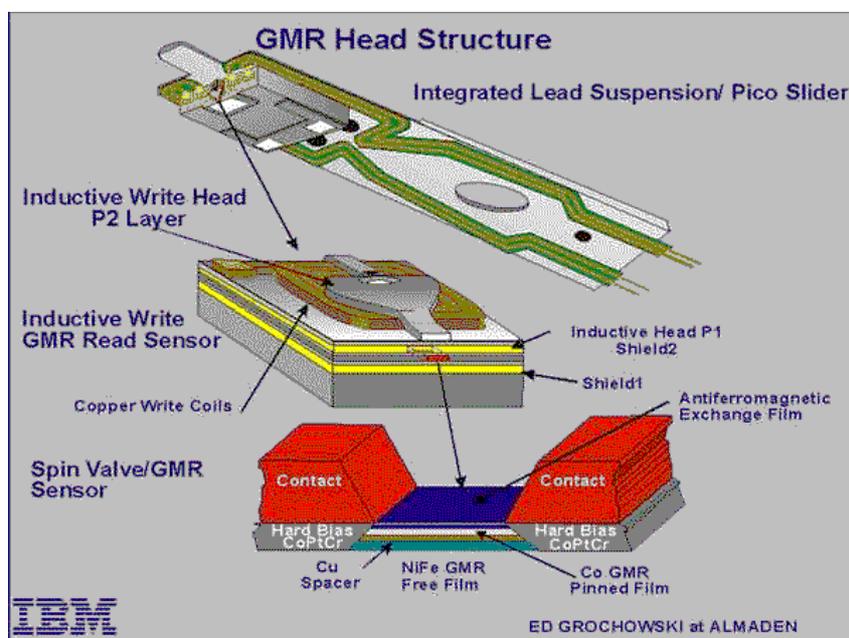
mos años y éste ha sido el factor principal de la reducción del precio por Mb. Este crecimiento se ha dado por la introducción de nuevas tecnologías, de las que las más significativas han sido el desarrollo de las cabezas magnetorresistivas (MR) y GMR. En la figura de la página anterior se muestra la evolución de la densidad areal en el tiempo en función de las distintas tecnologías de cabezas magnetorresistivas.



La ventaja principal de las cabezas GMR es su mayor sensibilidad a campos magnéticos, lo que permite operaciones de lectura más rápidas. Debe aclararse que las operaciones de escritura se realizan mediante electroimanes clásicos de película delgada. En la figura se muestra un esquema de la estructura de una cabeza lectora/escritora integrada.



La estructura de la cabeza sensora es la típica de las válvulas de espín: una película sensora, un espaciador conductor, una película de magnetización fija y una capa de pinning. Las primeras tres capas mencionadas son muy delgadas, lo que permite a los electrones de conducción moverse fácilmente entre las películas a través del espaciador conductor. Para densidades areales de 10 Gb/in^2 y mayores, el tamaño de los sensores GMR debe ser del orden de $0.03 \mu\text{m}$, lo que es un formidable desafío tecnológico.



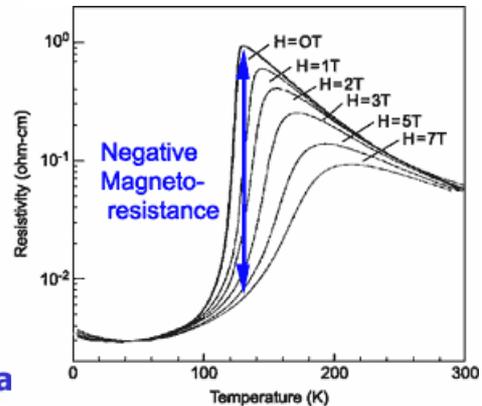
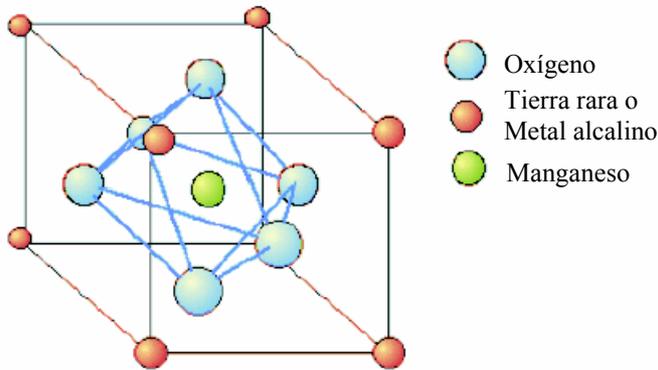
En 1991 IBM presentó un disco de 1Gb con cabeza MR y en 1997 un disco de 16.8 Gb con cabeza GMR (estructura de válvula de espín). En la figura se muestra un diagrama original de IBM de la unidad lectora/escritora detallando la construcción de la cabeza lectora GMR.¹⁵

A fines del año 2000, IBM - y otras empresas - habían logrado una densidad areal de 35 Gbits/in^2 , lo que lleva a la posibilidad de construir discos rígidos de 200 Gb y más.

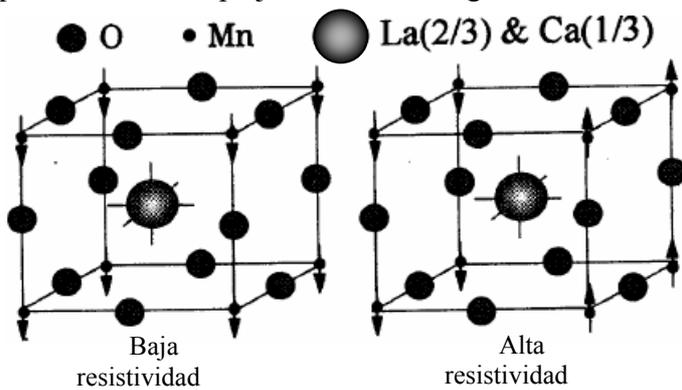
¹⁵ Figura tomada de "The PC Guide", (<http://www.pcguides.com/ref/hdd/op/heads/techGMR-c.html>). Site Version: 2.2.0 - Version Date: April 17, 2001 © Copyright 1997-2001 Charles M. Kozierek. All Rights Reserved. La figura tiene Copyright original de Ibm corp.

Magnetorresistencia Colosal

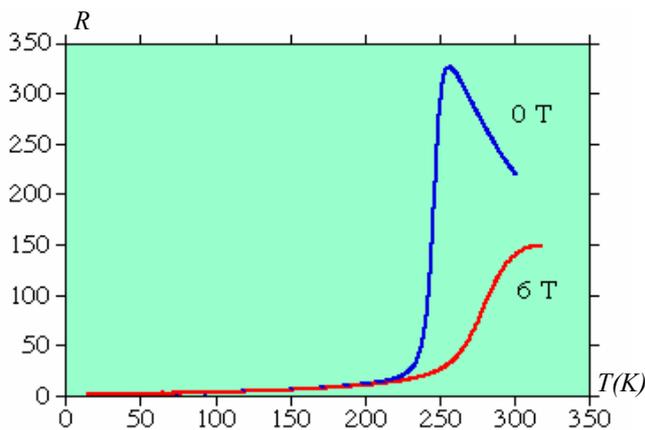
Recientemente se ha descubierto que ciertos materiales de estructura de tipo perovskita, como por ejemplo $(La,Ca)MnO_3$ ¹⁶, que se muestra en la figura, exhiben cambios extremos de resistencia eléctrica al aplicar un campo magnético de gran intensidad. Se llega a variaciones de $\Delta\rho/\rho$ de hasta el 10⁵%.



La estructura de tipo perovskita de estos compuestos resulta sutilmente distorsionada por la temperatura. La compleja estructura magnética no se muestra, pero ella y las distorsiones estructurales son importantes para entender las propiedades únicas de estos materiales.



Debido a la complejidad de la estructura y de las interacciones magnéticas entre sus constituyentes, no existe todavía una teoría que describa satisfactoriamente el mecanismo que produce este efecto¹⁷. Para $La_{0.67}Ca_{0.33}MnO_3$ un modelo simple asocia los estados de alta y baja resistividad a la magnetización de los átomos de manganeso, como se ilustra en la figura. Sin embargo este modelo no predice el comportamiento cuantitativo observado cuando se desarrolla matemáticamente. Por otra parte, la misma complejidad estructural cristalina de estos materiales da lugar a múltiples variaciones en la creación de cerámicos con respuestas cada vez más intensas. Hay problemas, debido a la fuerte variación del efecto con la temperatura y la necesidad de usar campos magnéticos muy grandes para lograr el efecto.



La resistencia de estos materiales depende fuertemente de la temperatura. En el ejemplo de la figura, correspondiente a una película epitaxial de $La_{0.7}Ca_{0.3}MnO_3$, la resistencia a campo cero (línea azul) cae abruptamente cuando la temperatura se reduce por debajo de la temperatura

¹⁶ EL símbolo (X,Y) indica un compuesto con $X_{1-x}Y_x$.

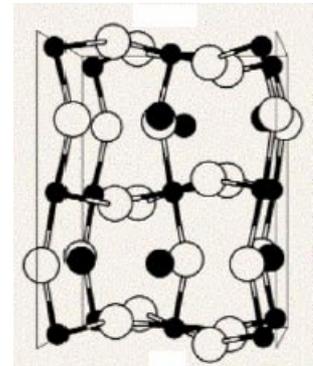
¹⁷ En realidad, debemos hablar de varias teorías, ya que hay varias estructuras cristalográficamente diferentes que producen este efecto. Ver, por ejemplo, el trabajo realizado por el Dr. Mark Green en el Dept. of Chemistry, UCL.

de Curie del material ($250K$). Cuando se coloca un campo magnético fuerte ($6T$ - línea roja), se disminuye mucho la resistencia en la región de T_c .

La diferencia entre las curvas azul y roja es la magnetorresistencia. Una gran magnetorresistencia (llamada **magnetorresistencia colosal**) se observa en la región de T_c entre $240K$ y $260K$.

Existen diversas teorías para explicar este fenómeno:

- **teoría del doble intercambio**. Si se reemplaza del 10% al 50% de los átomos de La (que se comportan como iones La^{3+}) con iones divalentes como Sr^{2+} , Ca^{2+} o Ba^{2+} , la resistencia de la muestra cae dramáticamente y el material parece comportarse como ferromagnético. El efecto es forzar a un átomo vecino de Mn a cambiar de Mn^{3+} a Mn^{4+} . Existe una posibilidad de aumentar la conductividad mediante el salto de electrones desde el ión Mn^{3+} a un vecino Mn^{4+} a través del anión oxígeno O^{2-} . Para que esta corriente de saltos tenga una polarización de espín, es necesario este doble salto: de Mn^{3+} a O^{2-} y de O^{2-} a Mn^{4+} , intercambiando los iones manganeso de posición.
- **interacciones electrón-fonón**. En esta teoría se supone que la red se deforma (distorsión de Jahn Teller) como se esquematiza en la figura. Esta distorsión provee una fuerte interacción electrón-fonón, que modifica los orbitales electrónicos y por lo tanto los niveles de energía, sin modificar la energía orbital total del conjunto. Por otra parte, el cambio del ángulo de los enlaces Mn-O modifica la probabilidad de salto y la interacción de doble intercambio.
- **clusters magnéticos**. Hay evidencia experimental de la formación de grupos de 4-8 iones de manganeso (clusters) para valores altos del campo magnético aplicado. El efecto magnetorresistivo se puede asociar al comportamiento de estos clusters magnéticos (y metálicos). La conductividad entre clusters depende de la alineación relativa y el tamaño de los clusters.



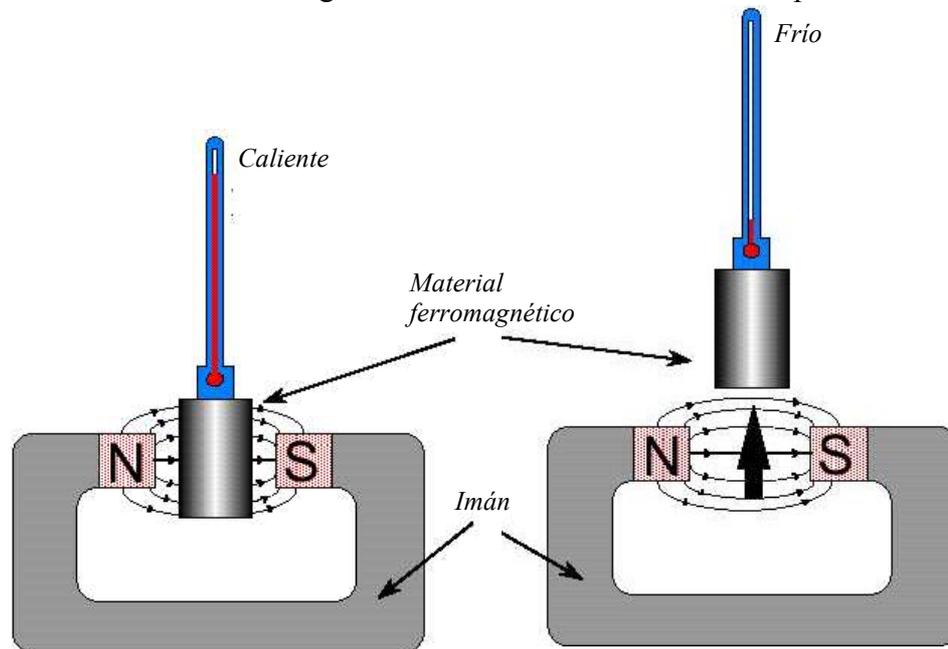
Se han observado efectos **CMR** en otras estructuras, además de las estructuras de perovskita de manganatos. Entre otros casos están las manganitas piroclóricas, espineles de cromo, compuestos y hexaboruros de europio y calcogenuros de plata.

Los materiales **CMR** tienen el potencial de usarse como sensores, memorias magnéticas RAM (MRAM), transistores magnéticos y para reemplazar las cabezas lectoras de los discos rígidos.

Refrigeración magnética

Los materiales ferromagnéticos presentan el llamado **efecto magnetocalórico** que ocurre cuando un material blando se coloca en un campo exterior. Los espines tienden a alinearse paralelos al campo aplicado. Este **efecto de orden** tiende a disminuir la entropía del material. Si el material no puede intercambiar calor con el medio ambiente (**evolución adiabática**), la entropía debe permanecer constante, y como resultado se observa un calentamiento del mismo (que tiende a aumentar el desorden en la distribución de velocidades de los átomos y por lo tanto contrarresta la disminución de entropía causada por el ordenamiento magnético). Al retirar el material del campo se desmagnetiza. Esto ocurre porque la energía térmica tiende a desordenar la orientación de los espines. Este desorden tiende a aumentar la entropía y en una evolución adiabática debe disminuir la temperatura del material.

Un cambio reversible de temperatura debido al cambio adiabático del campo magnético aplicado está asociado al cambio de la magnetización de la muestra con la temperatura a través de un fac-



tor proporcional a la temperatura e inversamente proporcional al calor específico del material a H constante:

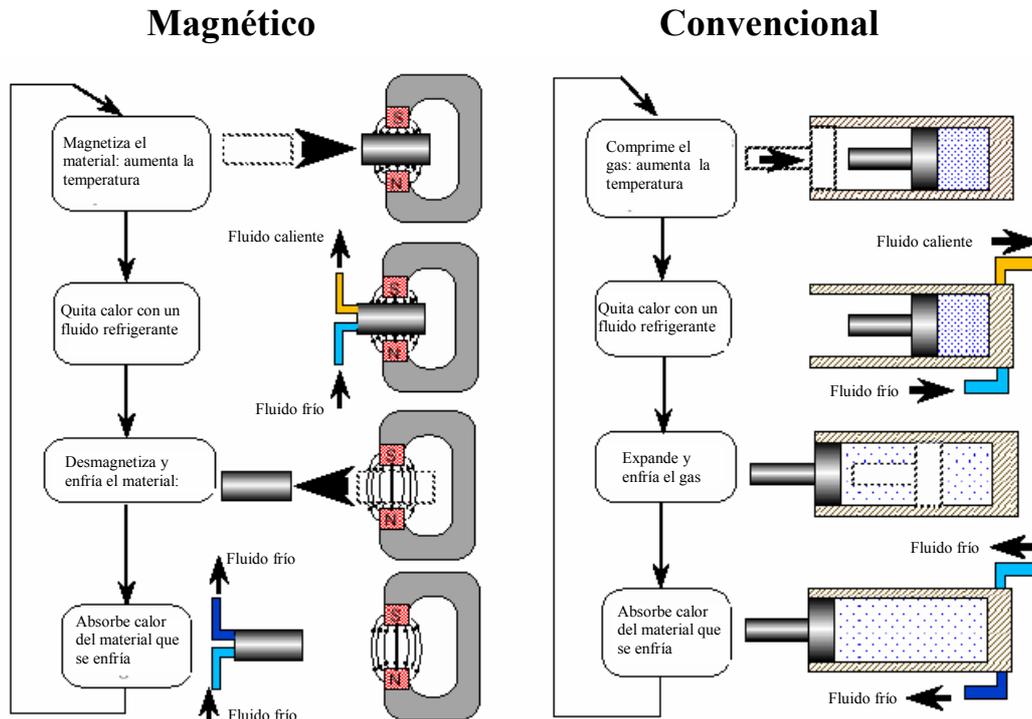
$$\frac{\Delta T}{\Delta H} = - \left. \frac{T}{C_H} \frac{\partial M}{\partial T} \right|_H$$

Este efecto fue descubierto en 1881 por Warburg y explicado teóricamente en 1918 por Weiss y Piccard. Se ha usado en laboratorio a partir de la década de 1920 (por sugerencia, entre otros, de Paul Debye) para lograr temperaturas por debajo de 1K, pero hasta el presente no se contaban con materiales suficientemente sensibles y campos suficientemente fuertes para producir resultados de interés técnico.

La refrigeración magnética es una tecnología que produce poco **impacto ambiental**. No usa compuestos químicos que ataquen la capa de ozono (como los fluorocarbonos que se usan como fluido refrigerante en muchas instalaciones frigoríficas), ni otros compuestos peligrosos (como el amoníaco) ni gases de invernadero (como hidroclorofluorocarbonos e hidrofluorocarbonos).

Otra importante diferencia entre los ciclos comunes de refrigeración y la refrigeración magnética es la **eficiencia del ciclo**. En el caso de los ciclos usuales que usan gas comprimido la eficiencia es a lo sumo del 40%, mientras que se ha demostrado que la eficiencia de ciclos que usan Gd

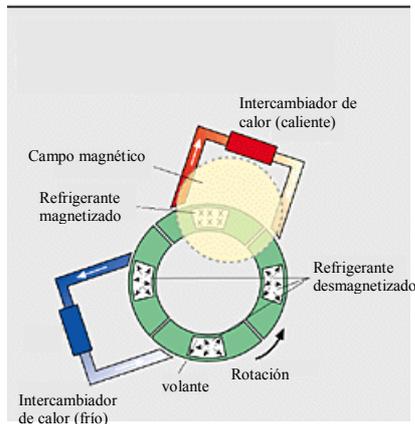
(gadolinio) como material magnético llega al 60%¹⁸. En la figura se esquematizan un ciclo magnético y un ciclo convencional.



Se estima que el uso de refrigeradores magnéticos reducirá el consumo de combustibles fósiles, lo que contribuirá a reducir la liberación de dióxido de carbono a la atmósfera.

El calentamiento y enfriamiento que ocurren en un ciclo de refrigeración magnética son proporcionales al valor del momento magnético del material y a la intensidad del campo aplicado. Sólo un número limitado de materiales magnéticos producen un efecto magnetocalórico suficientemente intenso para su uso práctico. Actualmente las investigaciones se centran en compuestos de tierras raras (lantánidos). En particular, el **gadolinio** es el elemento de mayor efecto magnetocalórico de los lantánidos a temperaturas cercanas a la temperatura ambiente, por lo que ha sido el foco de los ensayos experimentales recientes. En febrero de 1997 el Astronautics/Ames Laboratory anunció el funcionamiento durante dos meses de un sistema de refrigeración magnética a temperatura ambiente consistente en dos capas cada una de las cuales contenía 1.5 kg de esferas de gadolinio de pureza comercial. Estas capas se movían dentro y fuera de un campo magnético ajustable entre 0 y 5T provisto por un imán superconductor. También en 1997 científicos del mismo laboratorio hallaron una estructura ternaria ($Gd_5Si_2Ge_2$) cuyo efecto magnetocalórico a temperatura ambiente es el doble del elemento gadolinio. Posteriores trabajos hallaron que este compuesto es uno de un conjunto de compuestos ternarios $Gd_5(Si_xGe_{1-x})_4$ con $0.2 \leq x \leq 0.5$ que exhiben el llamado **efecto magnetocalórico gigante (GME)** a temperaturas variables entre $30K$ y $290K$ según la proporción de germanio del compuesto. Estos compuestos permitieron construir prototipos de refrigeradores magnéticos con imanes no superconductores que podrían tener posibilidades industriales por usar materiales de pureza comercial. En la figura se muestra el esquema de un prototipo que está funcionando desde setiembre de 2001 en el Ames Laboratory, consiste en un volante que gira colocando el material magnetocalórico alternativamente dentro y fuera de un campo magnético producido por un imán de neodimio que opera a temperatura ambiente. El material magnetocalórico es la aleación ternaria de GdSiGe previamente descrita y su costo de fabricación se ha disminuido notablemente al estudiar con cuidado el proceso metalúrgico.

¹⁸ Zimm, C. et al. "Description and performance of a near-room temperature magnetic refrigerator". Adv. Cryogen. Eng. 43, pp.1759-1766 (1998).



gico de obtención. Un sistema cíclico de este tipo se denomina **regenerador magnético activo (Active Magnetic Regenerator - AMR)**.

Nuevos materiales se están desarrollando y probando continuamente. En el año 2000 se publicaron resultados para un compuesto donde se reemplaza el Gd con Fe^{19} , lo que hace mucho menor el costo de la materia prima (aunque no necesariamente del proceso metalúrgico de fabricación de la aleación). Este compuesto da un efecto magnetocalórico gigante similar al del compuesto previamente descrito. En enero del 2002 se publicó un trabajo²⁰ analizando el compuesto $\text{MnFeP}_{0.45}\text{As}_{0.55}$, un material que incorpora el manganeso, que es un material muy abundante y que presenta compuestos con temperaturas de Curie cercanas a la temperatura ambiente. Este compuesto presenta también efecto magnetocalórico gigante y parece un candidato a ser usado en equipos de refrigeración magnética.

gico de obtención. Un sistema cíclico de este tipo se denomina **regenerador magnético activo (Active Magnetic Regenerator - AMR)**.

Nuevos materiales se están desarrollando y probando continuamente. En el año 2000 se publicaron resultados para un compuesto donde se reemplaza el Gd con Fe^{19} , lo que hace mucho menor el costo de la materia prima (aunque no necesariamente del proceso metalúrgico de fabricación de la aleación). Este compuesto da un efecto magnetocalórico gigante similar al del compuesto previamente descrito. En enero del 2002 se publicó un trabajo²⁰ analizando el compuesto $\text{MnFeP}_{0.45}\text{As}_{0.55}$, un material que incorpora el manganeso, que es un material muy abundante y que presenta compuestos con temperaturas de Curie cercanas a la temperatura ambiente. Este compuesto presenta también efecto magnetocalórico gigante y parece un candidato a ser usado en equipos de refrigeración magnética.

¹⁹ M. Napolitano, F. Canepa, P. Manfrinetti and F. Merlo, "Magnetic properties and the magnetocaloric effect in the intermetallic compound GdFeSi ", *J. Mater. Chem.*, 2000, 10, pp. 1663-1665.

²⁰ O. Tegus, E. Brück, K.H.J. Buschow and F.R. de Boer, "Transition-metal-based magnetic refrigerants for room-temperature applications", *Nature*, 415, 10 January 2002, pp. 150-151.

Levitación diamagnética²¹

Salvo algunos pocos materiales, como el hierro o el níquel, que son fuertemente magnéticos, el resto son 10^9 veces menos magnéticos. Tan baja capacidad de interacción ha desalentado el estudio de la posibilidad de levantar objetos en contra de la gravedad (la **levitación**) usando interacciones magnéticas. Sin embargo en los últimos años se ha logrado levitar objetos diamagnéticos en laboratorio. Otra manera de levitar objetos pesados es utilizar las fuerzas magnéticas entre corrientes. Como en este caso se utilizan principios ligados a la inducción electromagnética que veremos en el siguiente Capítulo, diferiremos hasta entonces su descripción.

Teoría

El teorema de Earnshaw, que presentamos entre las propiedades de las soluciones de la ecuación de Laplace, puede extenderse al análisis de todos los campos que deriven de un potencial. Este teorema dice que ninguna disposición estacionaria formada por cargas, imanes y masas puede permanecer en equilibrio estable mediante cualquier combinación de fuerzas eléctricas, magnéticas o gravitatorias, es decir, fuerzas derivables de potenciales que satisfacen la ecuación de Laplace.

Para analizar las ecuaciones de la levitación, supongamos un objeto de masa M , volumen V y susceptibilidad magnética χ que se halla en una región del espacio donde hay un campo de inducción magnética $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Si el tamaño del objeto es pequeño frente a las variaciones espaciales de \mathbf{B} , podemos escribir para el momento magnético inducido en el objeto:

$$\mathbf{m}(\mathbf{r}) = \int_V \mathbf{M}(\mathbf{r}') dV' = \int_V \chi \mathbf{H}(\mathbf{r}') dV' \approx \chi \int_V \frac{\mathbf{B}(\mathbf{r}')}{\mu_0} dV' \approx \frac{\chi \mathbf{B}(\mathbf{r}) V}{\mu_0}$$

Si aumentamos el campo magnético desde cero hasta su valor final, la energía de magnetización puede calcularse integrando la ecuación:

$$dE = -d\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} \approx -\frac{\chi V}{\mu_0} d\mathbf{B}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}) \Rightarrow E = -\frac{\chi V}{2\mu_0} B^2(\mathbf{r})$$

A esta energía se debe sumar la energía potencial gravitatoria: $E = Mgz - \frac{\chi V}{2\mu_0} B^2(\mathbf{r})$

Para que el objeto flote en equilibrio, la fuerza vertical debe ser nula:

$$F_z = -\nabla_z E = -Mg + \frac{\chi V}{\mu_0} \nabla_z (B^2) = 0 \Rightarrow \nabla_z (B^2) = \frac{\mu_0 \rho g}{\chi}$$

donde $\rho = M/V$ es la densidad del objeto. Para analizar la estabilidad de este punto de equilibrio, analizamos qué tipo de extremo de energía se trata. Para ello es conveniente tomar la divergencia de la fuerza, ya que un punto de equilibrio estable implica $\nabla \cdot \mathbf{F} < 0$. En esa situación al separar ligeramente al objeto de la posición de equilibrio $\mathbf{F} = 0$, el objeto vuelve a la posición de equilibrio.

Pero:
$$\nabla \cdot \mathbf{F} = -\nabla \cdot (\nabla E) = -\nabla^2 E = -\nabla^2 \left[Mgz - \frac{\chi V}{2\mu_0} B^2(\mathbf{r}) \right] = \frac{\chi V}{2\mu_0} \nabla^2 B^2$$

Además:
$$\nabla^2 B^2 = \nabla^2 (B_x^2 + B_y^2 + B_z^2) = 2[B_x \nabla^2 B_x + (\nabla B_x)^2 + B_y \nabla^2 B_y + (\nabla B_y)^2 + B_z \nabla^2 B_z + (\nabla B_z)^2]$$

En la región donde está el objeto a levitar no existen corrientes eléctricas, y el campo \mathbf{B} cumple las ecuaciones: $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$ $\nabla \times \mathbf{B} = 0$ de las que se deduce (demostrarlo) que los laplacianos de sus componentes son nulos.

²¹ Esta sección se ha basado fundamentalmente en el artículo "Of flying frogs and levitrons", por M.V. Berry y A.K. Geim, Eur. J. Phys. 18 (1997), 307-313, y "Everyone's Magnetism", A. Geim, Physics Today, Sept. 1998. En el Capítulo 5 presentamos una introducción a la levitación magnética superconductor.

Entonces: $\nabla^2 B_x = \nabla^2 B_y = \nabla^2 B_z = 0 \Rightarrow \nabla^2 B^2 = 2[(\nabla B_x)^2 + (\nabla B_y)^2 + (\nabla B_z)^2] \geq 0$

Por lo tanto, para que $\nabla \cdot \mathbf{F} < 0$ es necesario que $\chi < 0$. Por lo tanto sólo materiales diamagnéticos pueden “levitar”, es decir, hallarse en equilibrio estable en una combinación de campo magnético y gravitatorio.

La levitación diamagnética se produce porque la energía no depende de un potencial función de la posición, sino del cuadrado de la intensidad del campo B, que no es expresable mediante una función potencial (que cumple la ecuación de Laplace) y por lo tanto no se halla dentro de las hipótesis del teorema de Earnshaw. Es interesante ver que, aunque estas consideraciones también son válidas para materiales paramagnéticos ($\chi > 0$) en este caso el equilibrio es inestable y entonces sus consecuencias prácticas son muy limitadas.

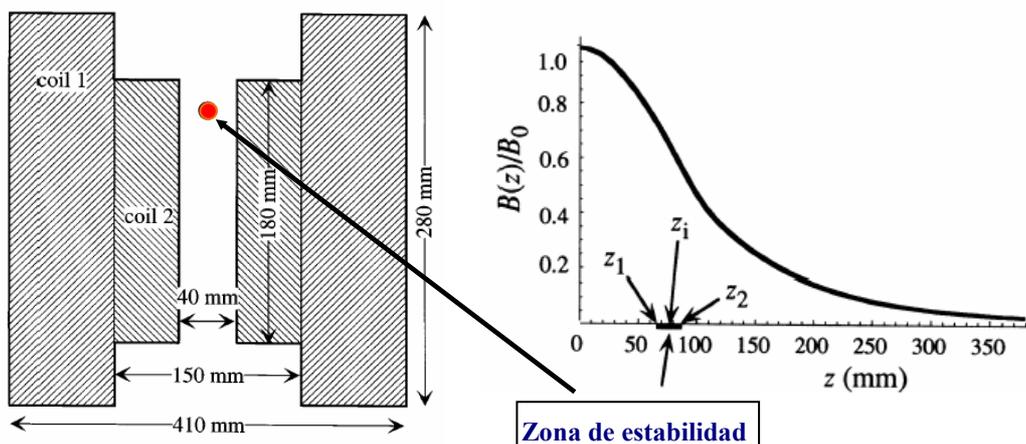
Los textos de magnetismo informan que para muchos materiales la relación χ/ρ es del orden de $10^{-5} \text{cm}^3/\text{g}$. De la ecuación del equilibrio, se ve que se requiere un gradiente de campo vertical del orden de $30 \text{ T}^2/\text{cm}$. Asumiendo una longitud típica de 10 cm para un solenoide y aproximando $\nabla B^2 \approx B^2/l$, se encuentra que campos de unos 10 T son suficientes para levantar prácticamente cualquier cosa alrededor. Estos campos se obtienen con cierta facilidad. Son alrededor de 10 veces el campo creado por imanes comunes de herradura y unas 100 veces mayor que el de los adhesivos que se ponen sobre la puerta de la heladera.

Por otra parte, que un objeto diamagnético pueda levitar no significa que lo haga. Las condiciones experimentales requieren bastante precisión ya que la región donde se cumplen las condiciones es pequeña.

En 1991, Eric Beaugnon y Robert Tournier levantaron magnéticamente agua y un número de sustancias orgánicas. Pronto fueron seguidos por otros, que levitaron hidrógeno y helio líquido y huevos de rana. Al mismo tiempo, Jan Kees Maan y Andrey Geim redescubrieron la levitación diamagnética en la Universidad de Nijmegen, en colaboración con Humberto Carmona y Peter Main de la Universidad de Nottingham en Inglaterra. En sus experimentos, levitaron prácticamente todo lo que tenían a mano, desde trozos de queso y pizza hasta criaturas vivas incluyendo ranas y un ratón. Sorprendentemente, los campos magnéticos empleados habían estado disponibles por varias décadas y, quizás en una media docena de laboratorios en el mundo, habría tomado sólo una hora de trabajo implementar la levitación a temperatura ambiente. Sin embargo, aún físicos que usaban fuertes campos magnéticos en su trabajo cotidiano de investigación no reconocieron esta posibilidad. Por ejemplo, cuando el grupo de Nijmegen presentó fotos de ranas levitando muchos de sus colegas las tomaron como un truco, una broma de día de inocentes.

Características experimentales

En las figuras se muestra un esquema del electroimán Bitter usado por Berry y Geim para realizar experimentos de levitación diamagnética. La marca roja indica la región de equilibrio estable.

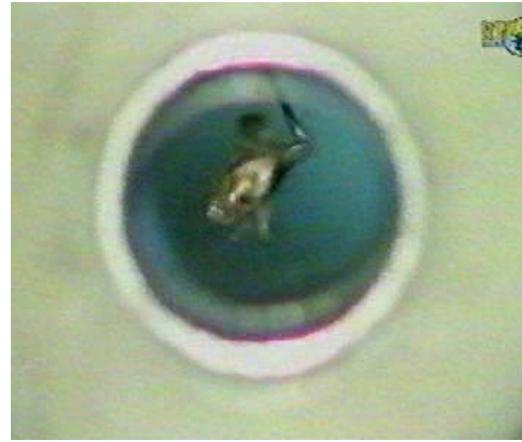
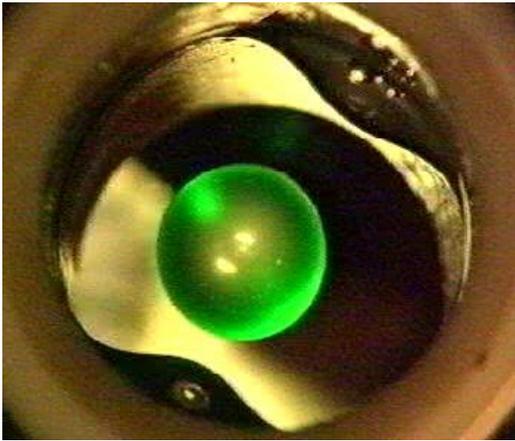


Aunque el electroimán requiere una potencia de 4 MW, muy poca de esta potencia es necesaria para levantar los objetos. Los cálculos llevan a que la intensidad de campo en la región de equilibrio estable es del orden de $16T$.

Uno de los puntos importantes de la teoría es que el gradiente de campo necesario es proporcional a la densidad y no a la masa del objeto a levitar, de manera que, si se dispone de imanes de tamaño adecuado, cualquier tamaño y peso de objeto es utilizable.

Demostraciones

Las siguientes películas²² demuestran la levitación diamagnética de objetos varios, orgánicos o agua. Están tomadas de <http://www.sci.kun.nl/hfml/levitation-movies.html> (Magnet Laboratory, Nijmegen University, Amsterdam)



Aplicaciones

En relación a posibles aplicaciones, algunas características de la levitación diamagnética son únicas. Primero, la levitación provee una suspensión sin fricción cuyos parámetros (tales como la rigidez) pueden controlarse fácilmente ajustando el perfil del campo. Esta característica hace posible diseñar, por ejemplo, gravímetros ultrasensibles y otros equipos geofísicos donde se requiere sensibilidad a variaciones menores del campo gravitatorio.

Junto con la básica simplicidad y flexibilidad de tales instrumentos, la ausencia de saltos de flujo y la posibilidad de incorporar esquemas de detección óptica los hacen una alternativa atractiva a dispositivos basados en levitación superconductor. Sin embargo, la ventaja más importante de la levitación diamagnética a temperatura ambiente es que - a diferencia de cualquier otra técnica

²² Los archivos GOTA.MPG, FRUTILLA.MPG, GRILLO.MPG y RANA.MPG deben estar en el mismo directorio que este documento. Se debe tener un reproductor multimedia que permita reproducir clips de video en formato MPEG, como por ejemplo el reproductor de Windows MPLAYER.EXE.

conocida o factible, incluyendo la levitación superconductor - es que la suspensión se distribuye uniformemente en el volumen del objeto. De hecho, para un material homogéneo en un campo con perfil $B^2 \propto z$, la gravedad se equilibra al nivel de los átomos y moléculas individuales, lo que hace posible simular condiciones de microgravedad aquí sobre la Tierra. Sin embargo, uno debe aceptar que esto aún no es la falta de peso ideal ya que existen desviaciones debido a varios factores. No obstante, para una multitud de aplicaciones, la simplicidad y accesibilidad de tal investigación "espacial" anclada en la Tierra pesan más que las posibles complicaciones asociadas con estas relativamente pequeñas correcciones.

Observando una gota de agua levitando, uno inevitablemente comienza a pensar en estudiar dinámica de fluidos sin peso, no en un transbordador espacial, sino simplemente en un laboratorio. El crecimiento de cristales sin contenedor, también un asunto frecuente de investigación espacial, es otra aplicación obvia a considerar. O también, por ejemplo, giróscopos suspendidos diamagnéticamente.

La microgravedad magnética parece trabajar bien aún para complejos sistemas biológicos. Varios grupos de biofísicos, tales como los dirigidos por James Valles de Brown University, Karl Hasenstein de la Universidad de Southwestern Louisiana y Markus Braun de la Universidad de Bonn, ya han comenzado estudios de respuestas animales y vegetales a la microgravedad simulada magnéticamente. Los sistemas biológicos son sorprendentemente uniformes en relación a la levitación diamagnética.

Compuestos tan diversos como agua, tejidos, huesos y sangre difieren menos del 10% en sus valores de χ/ρ , lo que implica que la gravedad se halla compensada dentro de $0.1g$ a través de un complejo organismo vivo. Además, aún si hay presentes moléculas paramagnéticas e iones, como en la sangre, sólo contribuyen a la susceptibilidad promedio, ya que su fuerte respuesta al campo magnético se halla disminuida por la temperatura ($\mu_B B \ll kT$), el movimiento browniano y un mucho mayor acoplamiento a las moléculas diamagnéticas cercanas. Quizás el alineamiento de biomoléculas muy largas según la dirección del campo es el efecto magnético que con mayor probabilidad puede oscurecer los efectos de la microgravedad en sistemas complejos. Afortunadamente, siempre se puede controlar este y otros efectos no debidos a la microgravedad colocando un sistema en un gradiente de campo idéntico pero horizontal o en un campo inhomogéneo de la misma intensidad.

Un ejemplo interesante de cómo puede explotarse la fuerza diamagnética es la posibilidad de que en el espacio un campo magnético puede reemplazar a la gravedad como una guía para el crecimiento de plantas. Una semilla en germinación necesita saber en qué dirección crecer para emerger exitosamente del suelo antes de que sus limitados recursos se terminen. Los experimentos de Hasenstein indican que aún un pequeño imán puede proveer suficiente guía para hacer crecer una planta a bordo de una nave espacial.

Respecto a los posibles, y aún desconocidos, efectos desfavorables de fuertes campos magnéticos sobre organismos vivos (un asunto de interés en sí mismo), tales efectos son probablemente poco importantes. En investigaciones de aplicaciones médicas, voluntarios han pasado hasta 40 horas dentro de un imán de $4T$ sin ningún efecto observable y otros experimentos similares actualmente en curso en la Ohio State University también indican que no hay peligro al menos hasta $8T$.

Sistemas Magnéticos de Acondicionamiento de Fluidos

Los Sistemas Magnéticos de Acondicionamiento de Fluidos (**MFC - Magnetic Fluid Conditioning**) se basan en el diamagnetismo de los materiales. En 1945, el ingeniero belga Theo I. S. Vermeiren tuvo la idea de utilizar este fenómeno para tratamientos industriales del agua.

La operación de los sistemas MFC se basa en el hecho de que la mayoría de los sólidos causantes de depósitos en sistemas de fluidos - fundamentalmente agua o combustibles - son diamagnéticos. Las sustancias típicas responsables son el carbonato de calcio, el sulfato de calcio, yeso, sulfato de bario, cloruro de sodio, magnesio, sulfatos, parafina, aceites, ceras y grasas.

La mayoría de estos compuestos se ioniza en el agua y forma aglomerados en suspensión, que a medida que crecen se van depositando en los contenedores. La presencia de estas sustancias en suspensión causa la "dureza" del agua y, en ciertos casos, su contaminación e inutilización para su uso.

Hasta hace poco, los problemas de las aguas duras o con sustancias en suspensión, se trataban en las siguientes formas:

- **Proceso de intercambio de iones (ablandamiento del agua):** El agua se pasa sobre lechos de resinas regeneradoras. Los iones de los elementos que causan dureza (calcio y magnesio) se intercambian con los iones sodio de la resina.
- **Evitar que los sólidos entren al sistema:** Esto se logra en dos formas: 1) se filtra el agua que ingresa o 2) las partículas suspendidas de elementos que generan dureza se coagulan introduciendo aditivos químicos, de manera de luego filtrar el precipitado.
- **Osmosis inversa:** Se aplica presión al agua contaminada, forzándola a través de una membrana permeable sólo a las moléculas de tamaño de las de agua, separando así muchos - pero no todos - los contaminantes.
- **Evitar la formación de depósitos:** Esto se logra generalmente agregando "estabilizadores de dureza" químicos al agua. Estas sustancias favorecen la formación de fosfatos que no se adhieren a las cañerías.
- **Remoción de depósitos existentes:** Estos se logra de dos formas: 1) sustancias químicas solubilizadoras se agregan al agua para disolver los depósitos o 2) se cierra el sistema completa y se bombea ácidos para disolver los depósitos a través de las cañerías.

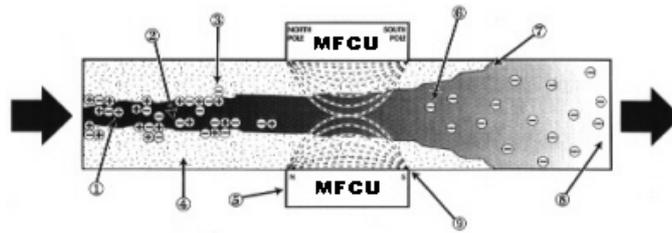
Todos estos métodos requieren un equipamiento costoso y tienen riesgos ambientales y sanitarios por la manipulación de sustancias químicas altamente corrosivas.

El sistema MFC produce campos que magnetizan las partículas diamagnéticas de las sustancias que forman los depósitos. Las partículas magnetizadas se repelen entre sí, llevando a la disolución de los depósitos. Las partículas quedan suspendidas en el sistema y se eliminan por el mismo flujo.

Este sistema no agrega sustancias químicas al fluido, puede estar en funcionamiento permanente con bajos costos operativos y permite mantener las cañerías del sistema en óptimas condiciones por tiempo indefinido.

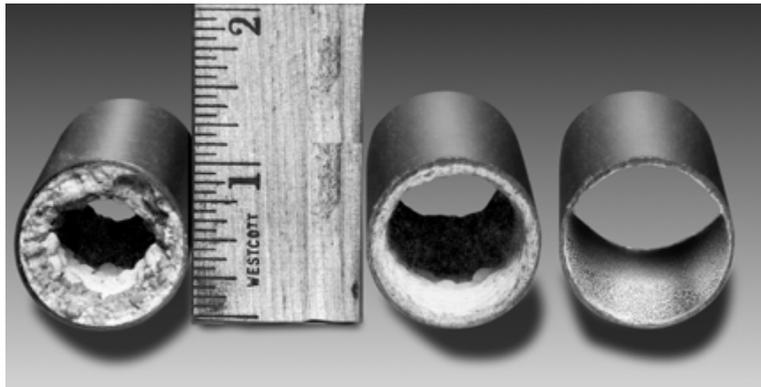
Los diseños de sistemas MFC utilizan imanes permanentes de ferritas cerámicas o neodimio, dado que son necesarios campos intensos. Esta razón hizo que sólo recientemente fue posible lograr sistemas con posibilidades comerciales.

Esquema de una Unidad de MFC en operación



1. Los componentes disueltos de calcio y magnesio se aglomeran por cambios de temperatura y presión.
2. Estos aglomerados son transportados por el fluido.
3. Los aglomerados crecen, son demasiado pesados para permanecer en suspensión y se depositan sobre las superficies.
4. La unidad MFC disuelve y dispersa los aglomerados de CaCO_3 y MgCO_3 .
5. Los aglomerados fluyen más libremente luego de ser disueltos.
6. Depósitos preexistentes se disuelven y vuelven a suspensión.
7. No se vuelven a formar grandes aglomerados por 15 a 30 m (donde es posible que se requiera otra unidad MFC).

Ejemplo de remoción de depósitos

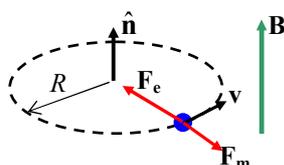


Secciones de cañería antes y después del tratamiento (0/3/6 meses)

La cañería de cobre original había estado en servicio 17 años. El tratamiento evitó el cambio de cañerías o el cierre por varios días del sistema de aprovisionamiento de agua del edificio necesario para un tratamiento químico convencional.

APENDICE 5 – Teoría clásica del diamagnetismo

El diamagnetismo es un fenómeno universal. Un modelo clásico (no cuántico) sencillo permite obtener un valor aproximado de la susceptibilidad magnética de materiales diamagnéticos.



Consideramos un átomo hidrogenoide donde el electrón gira en una órbita circular alrededor del núcleo con una velocidad v . Por comodidad matemática suponemos que la órbita es horizontal. En general, tendremos órbitas con cualquier orientación, pero para comenzar supondremos el caso de la figura. Obsérvese que definimos la normal a la órbita para que cumpla la regla de la mano derecha con el sentido de giro del electrón. El electrón gira alrededor del núcleo debido a la existencia de una fuerza centrípeta electrostática: $F_e = m\omega_0^2 R$ donde ω_0 es la frecuencia angular del giro y R el radio de la órbita.

Al colocar los átomos en un campo magnético exterior \mathbf{B} , que supondremos perpendicular a las órbitas, se produce una fuerza magnética: $F_m = evB = e\omega RB$ que en este caso se opone a la fuerza electrostática. Como la fuerza centrípeta del movimiento circular cambia y el radio de la órbita se mantiene constante, debe cambiar la velocidad de giro, por lo que ω_0 se convierte en ω . Tenemos entonces:

$$F_e - F_m = m\omega^2 R \Rightarrow m\omega_0^2 R - e\omega RB = m\omega^2 R \Rightarrow m(\omega^2 - \omega_0^2) = -e\omega B$$

Llamando: $\Delta\omega = \omega - \omega_0 \Rightarrow \Delta\omega(\omega + \omega_0) = -\frac{e\omega}{m} B \Rightarrow \Delta\omega \approx -\frac{e}{2m} B$

ya que las frecuencias ω_0 y ω son muy similares aún para los mayores campos que pueden obtenerse. Este cambio en la frecuencia de giro se denomina **frecuencia de Larmor**. Se observa así que el campo magnético aplicado produce un frenado en el giro del electrón.

Un electrón que gira se puede asimilar a una espira por la que circula una corriente. Esta corriente se puede calcular como la carga por unidad de tiempo que atraviesa un plano perpendicular a la órbita:

$$I = \frac{dq}{dt} = \frac{e}{T} = \frac{e\omega}{2\pi}$$

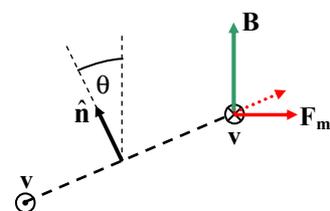
donde T es el periodo del giro del electrón y e su carga. El cambio en la velocidad de giro puede asociarse a un cambio en la corriente equivalente y en el momento magnético orbital del electrón:

$$\Delta\omega \rightarrow \Delta I = \frac{e\Delta\omega}{2\pi} \rightarrow \Delta m = \Delta I S = \frac{e\Delta\omega}{2\pi} \pi R^2 = -\frac{e^2 R^2}{4m} B \approx -\frac{e^2 R^2}{4m} \mu_0 H$$

dado que para un material diamagnético $\mu \cong \mu_0$. Si hay N átomos por unidad de volumen, el vector magnetización del material será:

$$\mathbf{M} = N\Delta\mathbf{m} \approx -\frac{Ne^2 R^2}{4m} \mu_0 \mathbf{H} \Rightarrow \chi_m = -\frac{Ne^2 \mu_0 R^2}{4m}$$

que, como puede verse, es negativa. En este planteo hemos supuesto que la órbita electrónica tiene su normal paralela al campo aplicado. En realidad, las órbitas electrónicas estarán distribuidas en todas las direcciones del espacio.



Para una órbita cuya normal forma un ángulo θ con el campo aplicado, la componente radial de fuerza magnética que genera un cambio en la frecuencia de giro introduce en las ecuaciones anteriores el factor $\cos \theta$. Además, la componente del momento magnético paralela al campo aplicado Δm_z , que es la que da origen a la susceptibilidad, también introduce el factor $\cos \theta$. En resumen, queda para una órbita inclinada:

$$\Delta m_z = -\frac{e^2 \mu_0 R^2}{4m} H \cos^2 \theta$$

Tomamos el promedio sobre todas las posibles direcciones θ :

$$\langle \Delta m_z \rangle = -\frac{e^2 \mu_0 R^2}{4m} H \langle \cos^2 \theta \rangle$$

Pero:
$$\langle \cos^2 \theta \rangle = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \cos^2 \theta d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \cos^2 \theta \sin \theta d\theta d\phi = \frac{1}{3}$$

y finalmente tenemos:
$$\langle \Delta m_z \rangle = -\frac{e^2 \mu_0 R^2}{12m} H \Rightarrow \chi_m = -\frac{Ne^2 \mu_0 R^2}{12m}$$

Si reemplazamos los valores de las constantes, con un valor medio de $R = 5 \times 10^{-10} \text{ m}$ tenemos $\chi_m \approx 6.7 \times 10^{-33} \text{ N}$. Para un material típico, $N \approx 10^{25} - 10^{28}$, lo que lleva a que el efecto diamagnético es muy pequeño.

De todas formas el diamagnetismo debe explicarse en forma cuántica, porque además de los efectos derivados del momento angular orbital (que se puede, en principio, asociar a una “giro” del electrón alrededor del núcleo), se deben agregar los efectos del spin, una propiedad de los electrones tan fundamental como su carga o su masa, que está asociado a otro momento angular.

RESUMEN

En este Capítulo presentamos una descripción del magnetismo de los materiales con diversas aplicaciones de interés tecnológico.

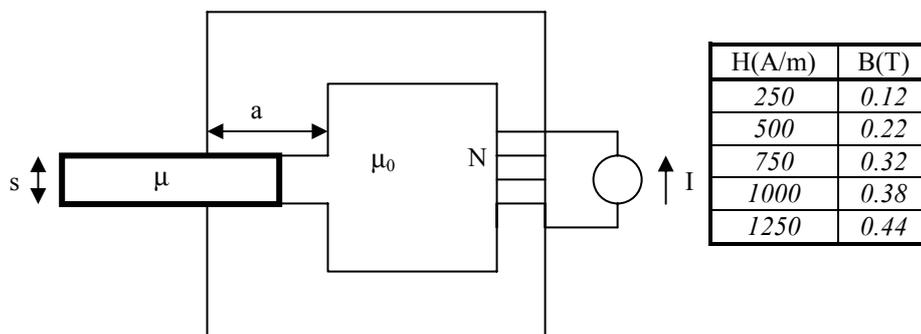
- *Hay dos procesos básicos que determinan el comportamiento de los materiales cuando se ven sometidos a un campo magnético: el **diamagnetismo**, asociado a la interacción del campo con cada electrón individual del material, y el **paramagnetismo**, asociado a la interacción con los átomos, moléculas u otra unidad magnetizable. A su vez, el paramagnetismo se presenta en diversas variantes según la estructura geométrica cristalina y el tipo de átomo o molécula que forma el material. En todos los casos el fenómeno esencial es el alineamiento de los momentos magnéticos con el campo de inducción magnética local.*

*Se analizan brevemente las características de los distintos tipos de materiales magnéticos (**ferromagnéticos**, **antiferromagnéticos**, **ferrimagnéticos**, con diagramas de la estructura cristalina de varios ejemplos. Se encuentra que existe una competencia entre el proceso de orden que significa el alineamiento de los dipolos magnéticos y el proceso de desorden vinculado con la energía térmica del material. Para muchos tipos de materiales existe una temperatura crítica (de Curie en ferromagnéticos, de Neel en los antiferromagnéticos) por encima de la cual predomina el efecto de desorden y el material se desmagnetiza.*

- *Una de las aplicaciones de mayor interés tecnológico de los materiales magnéticos es la creación de imanes, permanentes o no. Analizamos en detalle el ciclo de histéresis de un material ferromagnético, deduciendo de primeros principios de energía la necesidad de la existencia del ciclo de histéresis en un caso ideal sencillo.*
- *Se definen las características esenciales del ciclo de histéresis de un material: la **remanencia**, la **coercividad** y el **máximo producto de energía BH**. Estos parámetros se utilizan en la selección del material adecuado a la aplicación deseada.*
- *Se introduce la noción de **circuito magnético** como una región cerrada del espacio donde se concentran las líneas de campo magnético, a partir de varios ejemplos.*
- *Se discute la noción de **fuerza magnética**, de mucha importancia en aplicaciones electromecánicas. Se presenta la formulación general y se dan algunos ejemplos de cálculo de fuerzas en electroimanes.*
- *Se presenta una sección de materiales magnéticos cerámicos modernos, de los que destacan las **ferritas**, el **samario-cobalto** y el **neodimio-hierro-boro**, de uso común en muchas aplicaciones eléctricas y electrónicas.*
- *Se presentan a continuación algunos desarrollos recientes no tradicionales de materiales magnéticos: la **magnetorresistencia**, ligada a las lectoras magnéticas, el **efecto magnetocalórico**, con aplicaciones a la refrigeración magnética, el fenómeno de la **levitación diamagnética**, que parecería contradecir al teorema de Earnshaw y **sistemas magnéticos de acondicionamiento de fluidos**, para evitar el depósito de sarro en cañerías.*
- *En el Apéndice 5 se presenta la **teoría clásica del diamagnetismo**.*

PROBLEMAS

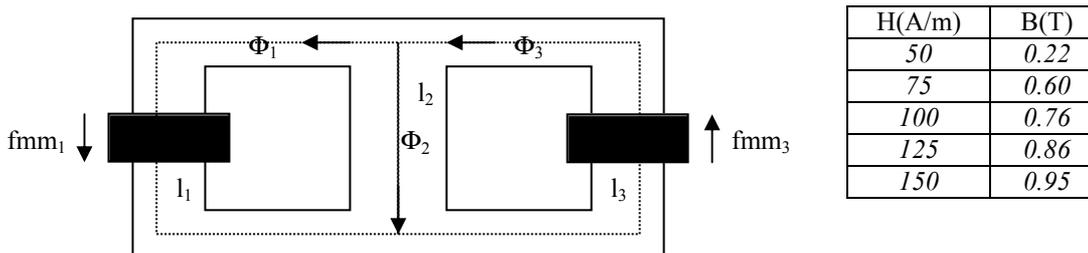
- 4.1) ¿Cuáles son los campos \mathbf{B} , \mathbf{H} y \mathbf{M} y las corrientes de magnetización para un cilindro muy largo de radio R y permeabilidad μ , limitado por aire, y por el que circula una corriente axial $J_0\mathbf{z}$ uniformemente distribuida.
- 4.2) Un placa material de permeabilidad μ se introduce parcialmente dentro de un circuito magnético de alta permeabilidad tal como muestra la figura. Calcule la fuerza que el circuito ejerce sobre la placa.



- 4.3) El núcleo de una bobina circular de hierro colado con radios interno 7 cm y externo 9 cm , de sección cuadrada con lados de 2 cm , está bobinado con 500 vueltas. Calcule, aproximadamente, el flujo magnético concatenado si la corriente que circula es de 1 A . La tabla de la derecha da la curva B-H del material en la región de trabajo.

[Rta: 0.16 mWb]

- 4.4) El circuito magnético paralelo que muestra la figura es de una aleación de silicio-acero y tiene la misma sección transversal en toda su extensión, $S = 1.3\text{ cm}^2$. Las longitudes medias son $l_1 = l_3 = 25\text{ cm}$ y $l_2 = 5\text{ cm}$. Las bobinas tienen 50 vueltas cada una. a) Sabiendo que $\Phi_1 = 90\text{ }\mu\text{Wb}$ y $\Phi_3 = 120\text{ }\mu\text{Wb}$, halle las corrientes en las bobinas. b) Obtenga el circuito magnético equivalente utilizando el concepto de reluctancia, y calcule el flujo en el núcleo sabiendo que $fmm_1 = 19.3\text{ A}$ y $fmm_3 = 37.5\text{ A}$. La tabla describe la curva B-H del material en la región de trabajo.



[Rta: a) 0.39 A , 0.75 A b) $89.7\text{ }\mu\text{Wb}$, $30.3\text{ }\mu\text{Wb}$, $120\text{ }\mu\text{Wb}$]